



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Kulturgut Mathematik und RELIGION

Das salomonische Urteil im mathematischen Kontext

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

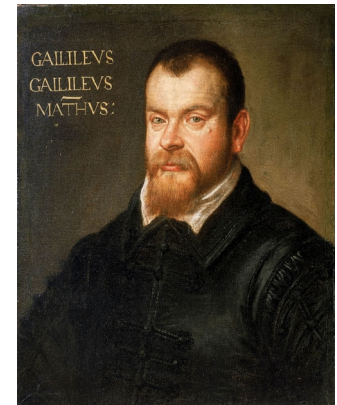


Mathematik

Altgriechisch: **μαθηματική**
die Kunst des Lernens

Niederländisch: **wiskunde**
art of what is known

„Die Mathematik ist das Alphabet, mit dem Gott die Welt geschrieben hat.“



GALILEO GALILEI
(1564-1642)



Johannes 1,1-3

1 Im Anfang war das Wort, und das Wort war bei Gott, und das Wort war Gott. 2 Im Anfang war es bei Gott. 3 Alles ist durch das Wort geworden und ohne das Wort wurde nichts, was geworden ist.

WAS BEDEUTET HIER “WORT” ?

Indogermanische Wurzel **wer-**

aus dem Altgriechischen **εἶπω (eiro)** - „sprechen“

Evangelium auf Latein:

in principio erat **Verbum** et Verbum erat apud Deum et Deus erat Verbum

Logos (griechisch **λόγος**)

Prinzip einer Weltvernunft oder eines Gesamtsinns der Wirklichkeit



Pascalsche Wette



BLAISE PASCAL
(1623-1662)

„Ihr sagt also, dass wir unfähig sind zu erkennen, ob es einen Gott gibt. Indessen es ist gewiss, dass Gott ist oder das er nicht ist, es gibt kein Drittes. Aber nach welcher Seite werden wir uns neigen? Die Vernunft, sagt ihr, kann aber nichts entscheiden... Es muss gewettet werden, das ist nicht freiwillig, ihr seid einmal im Spiel und nicht wetten, dass Gott ist, heißt wetten, dass er nicht ist. Was wollt ihr also wählen?“



	Wette für Gott	Wette gegen Gott
Gott existiert	+ ∞ (Lohn)	- ∞ (Bestrafung)
Gott existiert nicht	- δ (Zeitverlust)	0 (Status quo)

Annahme: Existenz Gottes ist ungewiss, also mit Wahrscheinlichkeit 50:50 gegeben

Alternative „Wette für Gott“:

$$\text{Mittelwert} = \frac{1}{2} \cdot (+ \infty) + \frac{1}{2} \cdot (- \delta) = + \infty$$

Alternative „Wette gegen Gott“:

$$\text{Mittelwert} = \frac{1}{2} \cdot (- \infty) + \frac{1}{2} \cdot 0 = - \infty$$

**Das ist kein Argument für die Existenz Gottes,
sondern für den Glauben an die Existenz Gottes**



Sprüche 8, 1

22 Der Herr hat mich geschaffen im Anfang seiner Wege, vor seinen Werken in der Urzeit;

23 in frühester Zeit wurde ich gebildet, am Anfang, beim Ursprung der Erde.

24 Als die Urmeere noch nicht waren, wurde ich geboren, als es die Quellen noch nicht gab, die wasserreichen.

25 Ehe die Berge eingesenkt wurden, vor den Hügeln wurde ich geboren.

26 Noch hatte er die Erde nicht gemacht und die Fluren und alle Schollen des Festlands.

27 Als er den Himmel baute, war ich dabei, als er den Erdkreis abmaß über den Wassern,

28 als er droben die Wolken befestigte und Quellen strömen ließ aus dem Urmeer,

29 als er dem Meer seine Satzung gab und die Wasser nicht seinen Befehl übertreten durften,

30 als er die Fundamente der Erde abmaß, da war ich als geliebtes Kind bei ihm.

Ich war seine Freude Tag für Tag und spielte vor ihm allezeit.

31 Ich spielte auf seinem Erdenrund und meine Freude war es, bei den Menschen zu sein.

32 Nun, ihr Söhne, hört auf mich! Wohl dem, der auf meine Wege achtet.

33 Hört die Mahnung und werdet weise, lehnt sie nicht ab!



König Salomo



- Der König Salomo war – nach der Darstellung der Thora – im 10. Jahrhundert vor Christus Herrscher des vereinigten Königreichs Israel.
- Entsprechend dem biblischen Bericht war er der Erbauer des ersten jüdischen Tempels in Jerusalem und der dritte König in Israel nach Saul und David.
- Seine Regierungszeit dauerte 40 Jahre an. Nach seinem Tod wurde sein Reich entzwei geteilt.



Salomonisches Urteil

Kön 3, 16-28

16 Damals kamen zwei Dirnen und traten vor den König. 17 Die eine sagte: Bitte, Herr, ich und diese Frau wohnen im gleichen Haus, und ich habe dort in ihrem Beisein geboren. 18 Am dritten Tag nach meiner Niederkunft gebar auch diese Frau. Wir waren beisammen; kein Fremder war bei uns im Haus, nur wir beide waren dort. 19 Nun starb der Sohn dieser Frau während der Nacht; denn sie hatte ihn im Schlaf erdrückt. 20 Sie stand mitten in der Nacht auf, nahm mir mein Kind weg, während deine Magd schlief, und legte es an ihre Seite. Ihr totes Kind aber legte sie an meine Seite. 21 Als ich am Morgen aufstand, um mein Kind zu stillen, war es tot. Als ich es aber am Morgen genau ansah, war es nicht mein Kind, das ich geboren hatte. 22 Da rief die andere Frau: Nein, mein Kind lebt und dein Kind ist tot. Doch die erste entgegnete: Nein, dein Kind ist tot und mein Kind lebt. So stritten sie vor dem König.



MARC CHAGALL
1980



Salomonisches Urteil



LUCAS CRANACH d. Ä.
1537

23 Da begann der König: Diese sagt: Mein Kind lebt und dein Kind ist tot! und jene sagt: Nein, dein Kind ist tot und mein Kind lebt. 24 Und der König fuhr fort: Holt mir ein Schwert! Man brachte es vor den König. 25 Nun entschied er: Schneidet das lebende Kind entzwei und gebt eine Hälfte der einen und eine Hälfte der anderen! 26 Doch nun bat die Mutter des lebenden Kindes den König - es regte sich nämlich in ihr die mütterliche Liebe zu ihrem Kind: Bitte, Herr, gebt ihr das lebende Kind und tötet es nicht! Doch die andere rief: Es soll weder mir noch dir gehören. Zerteilt es! 27 Da befahl der König: Gebt jener das lebende Kind und tötet es nicht; denn sie ist seine Mutter. 28 Ganz Israel hörte von dem Urteil, das der König gefällt hatte, und sie schauten mit Ehrfurcht zu ihm auf; denn sie erkannten, dass die Weisheit Gottes in ihm war, wenn er Recht sprach.



Mechanismus-Design

Mechanismus-Design ist ein Teilgebiet der Spieltheorie, das Regeln – und damit die Anreize – für Kontrahenten festlegt, um ein gewünschtes Gesamtergebnis zu erzielen, auch wenn diese ausschließlich ihre eigenen Interessen verfolgen.

Salomonisches Urteil versucht, das Leben des Kindes aus der Sicht beider Mütter zu „bepreisen“. Die wahre Mutter schätzt das Kind so sehr, dass sie bereit ist darauf zu verzichten, um nur es zu retten. Ihre Bewertung ist in dem Sinne **Unendlichkeit**. Die falsche Mutter möchte das Kind zwar haben, aber doch nicht in dem Maße, um es unter Gewaltandrohung abzugeben. Ihre Bewertung ist **endlich**. Beide Frauen handeln gemäß ihren tatsächlichen Präferenzen, welche Salomo geschickt offenbart. Das von ihm angestrebte Ziel, nämlich die wahre von der falschen Mutter zu unterscheiden, wird durch das Design des Spiels – Vernichtungsbefehl – erreicht.



Mechanismus-Design für Salomo

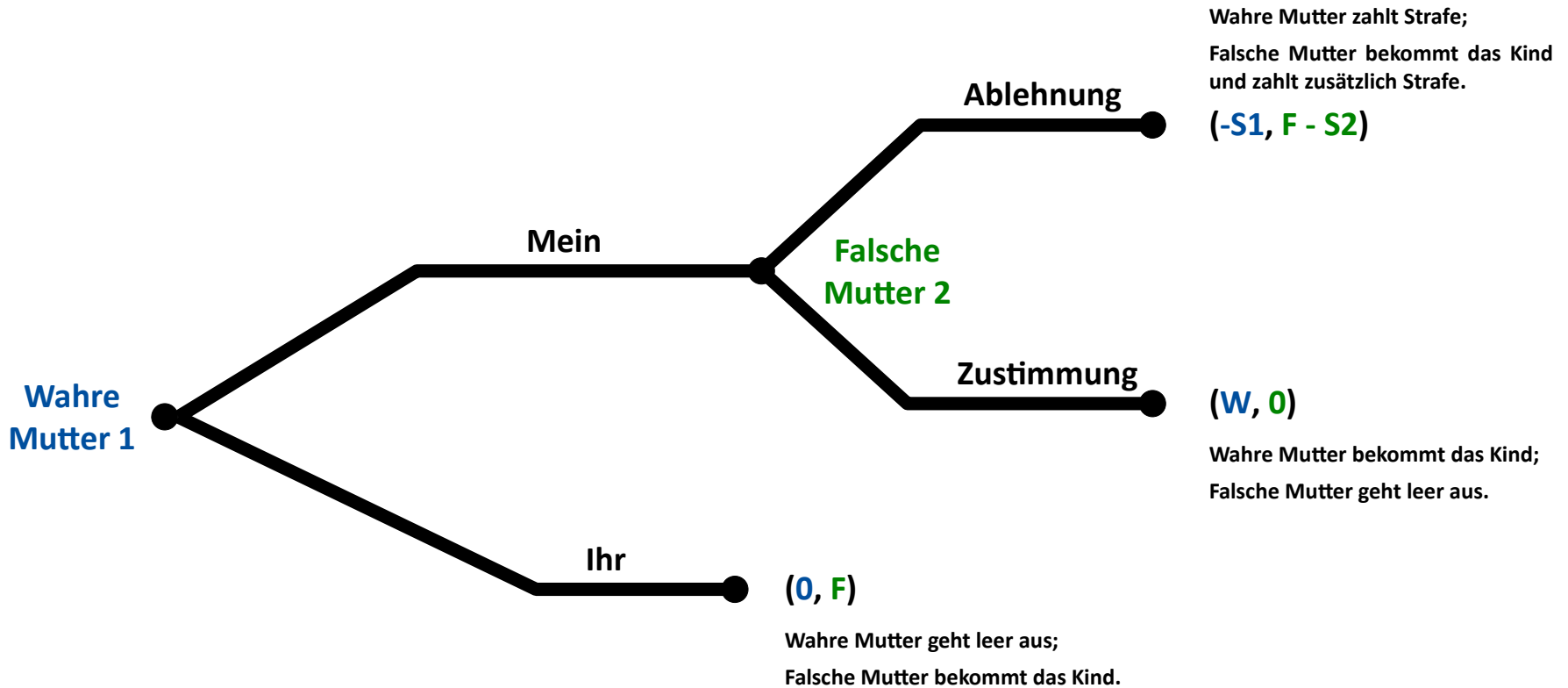
Problem: Wie kann man entscheiden, wer die wahre Mutter ist, ohne damit zu drohen das Kind zu zerstückeln. Salomo weiß, dass eine der Frauen lügt, aber nicht welche, und die Frauen wissen wer lügt. Salomo geht davon aus, dass das Kind für die wahre Mutter W und für die falsche Mutter F wert ist, wobei $W \gg F$ ist.

Mechanismus-Design: Salomo lässt die Frauen folgendes Spiel spielen. Zu Beginn verkündet Frau 1 "Mein" oder "Ihr". Wenn sie "Ihr" ankündigt, bekommt Frau 2 das Kind und das Spiel ist vorbei. Wenn sie "Mein" sagt, stimmt Frau 2 entweder zu oder lehnt ab. Wenn Frau 2 zustimmt, bekommt Frau 1 das Kind und das Spiel ist zu Ende. Wenn Frau 2 widerspricht, zahlt Frau 2 eine Strafe in Höhe von S_2 ($F < S_2 < W$), bekommt aber das Kind, und Frau 1 zahlt eine Strafe von $S_1 > 0$.

Analyse des Spiels: Wir werden zwei Fälle betrachten, um dieses Spiel zu analysieren, je nachdem ob die wahre bzw. falsche Mutter zunächst gefragt wird. Bei der Analyse treffen wir keine Entscheidung auf der Grundlage der tatsächlichen Werte von W und F , die Salomo nicht bekannt sind. Lediglich die Strafe S_2 ist so zu wählen, dass sie zwischen W und F liegt.

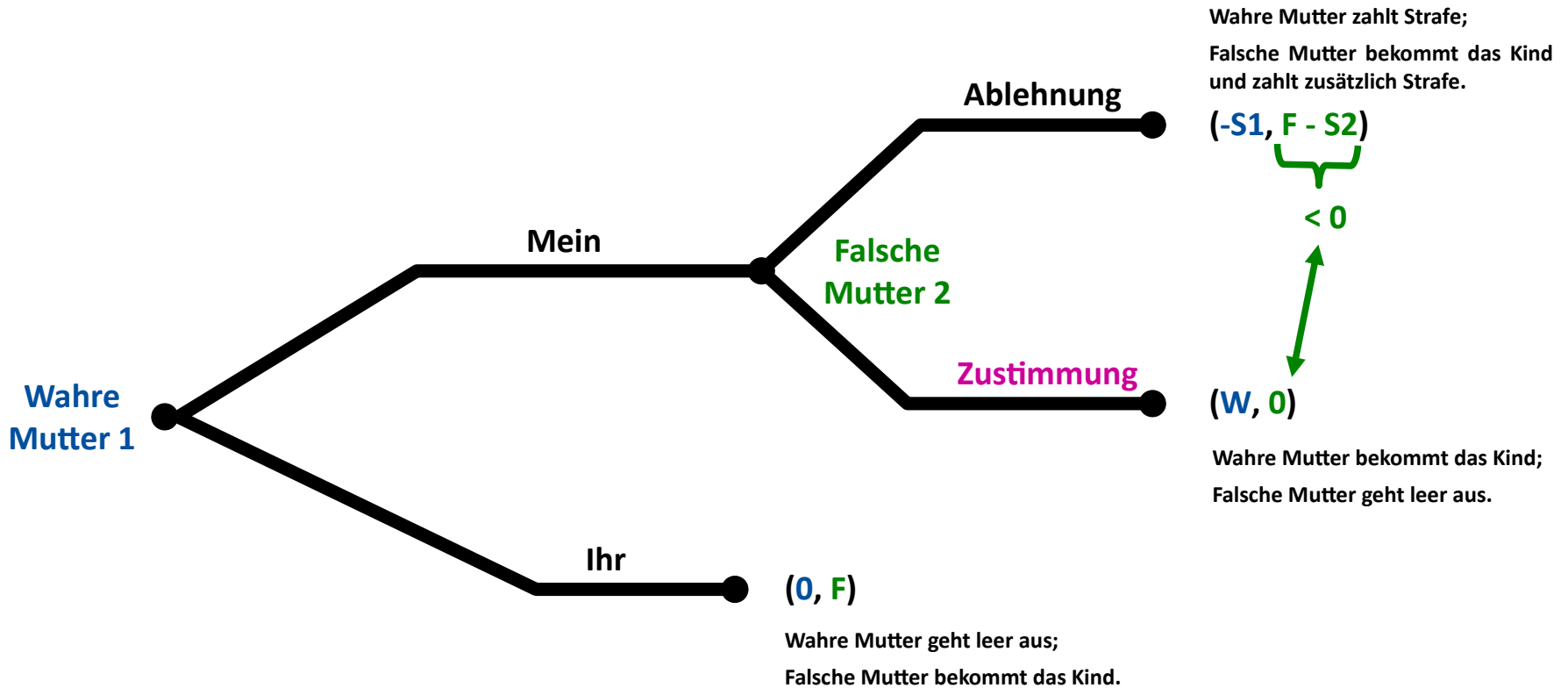


Wahre Mutter wird zuerst gefragt



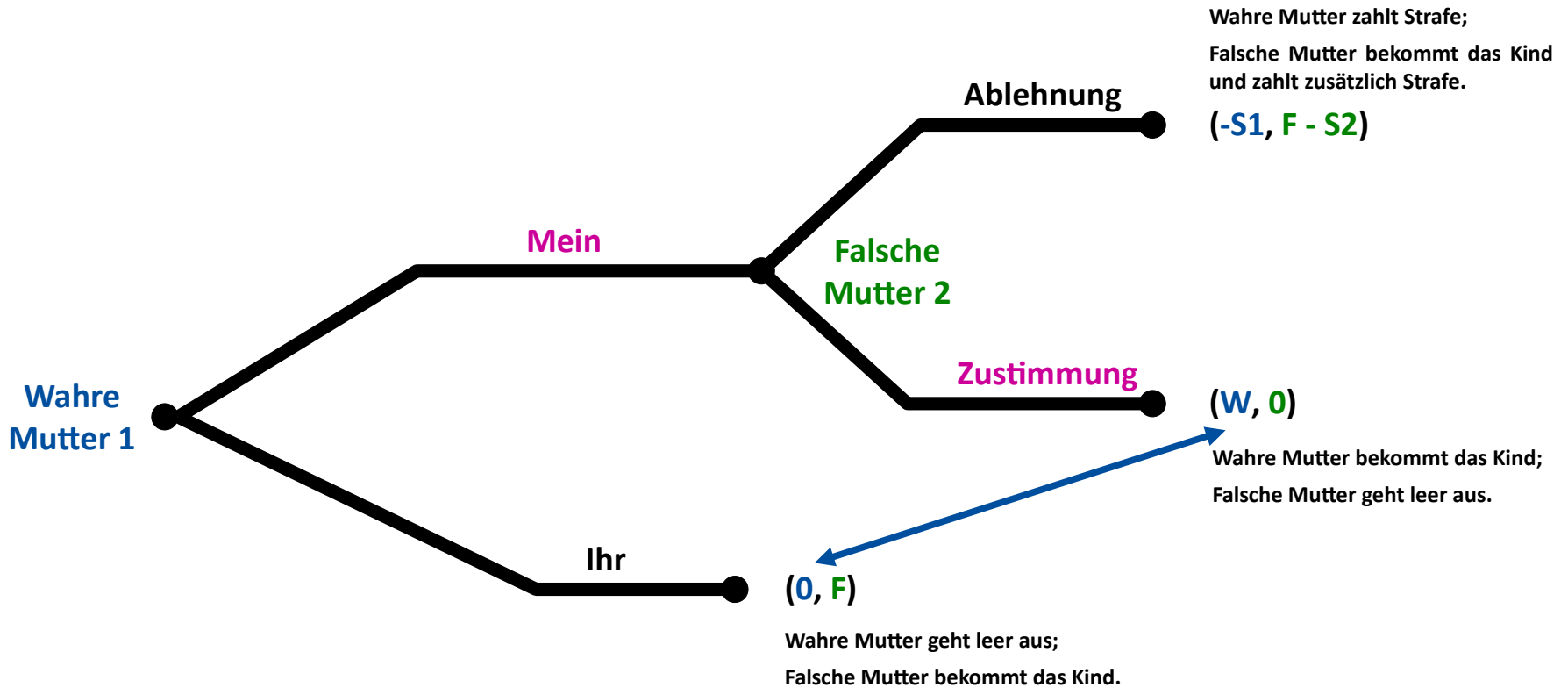


Rückwärtsinduktion – Schritt 2



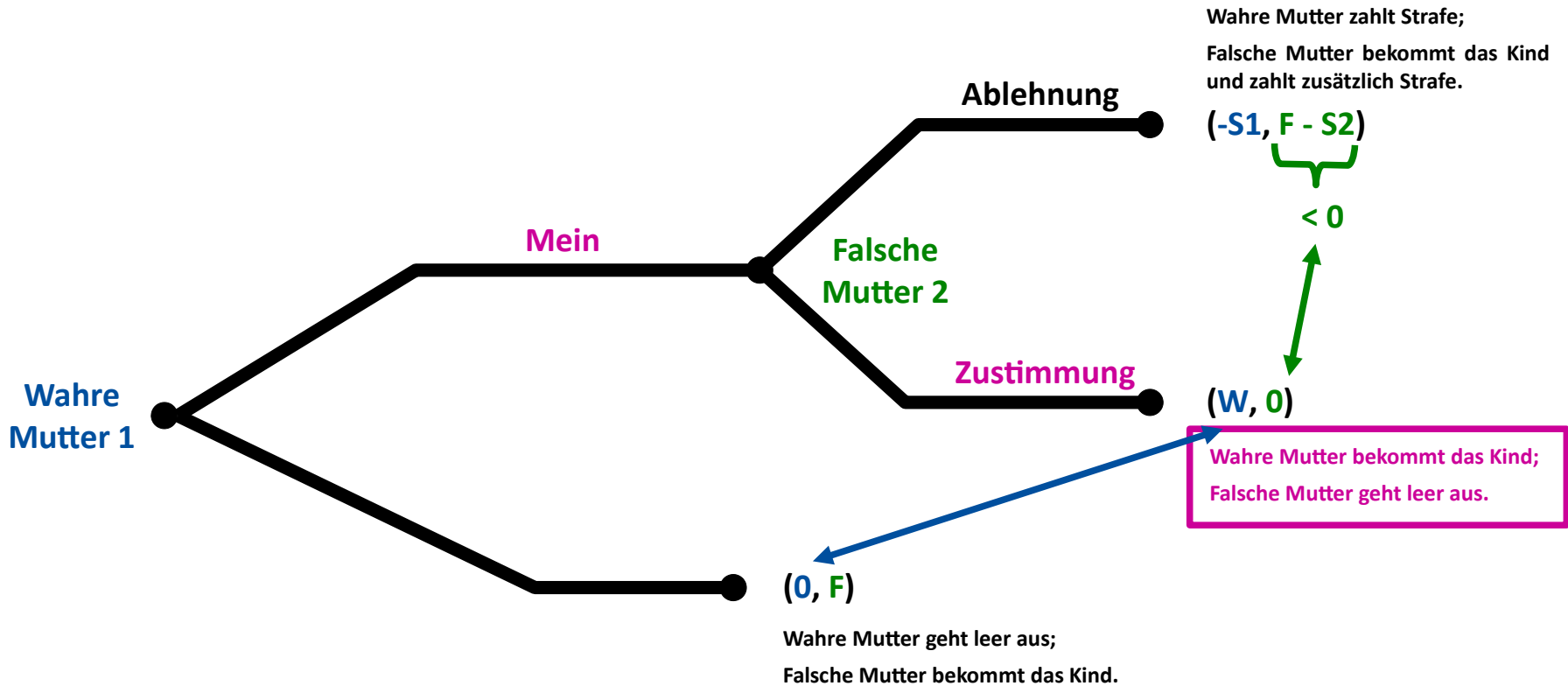


Rückwärtsinduktion – Schritt 1



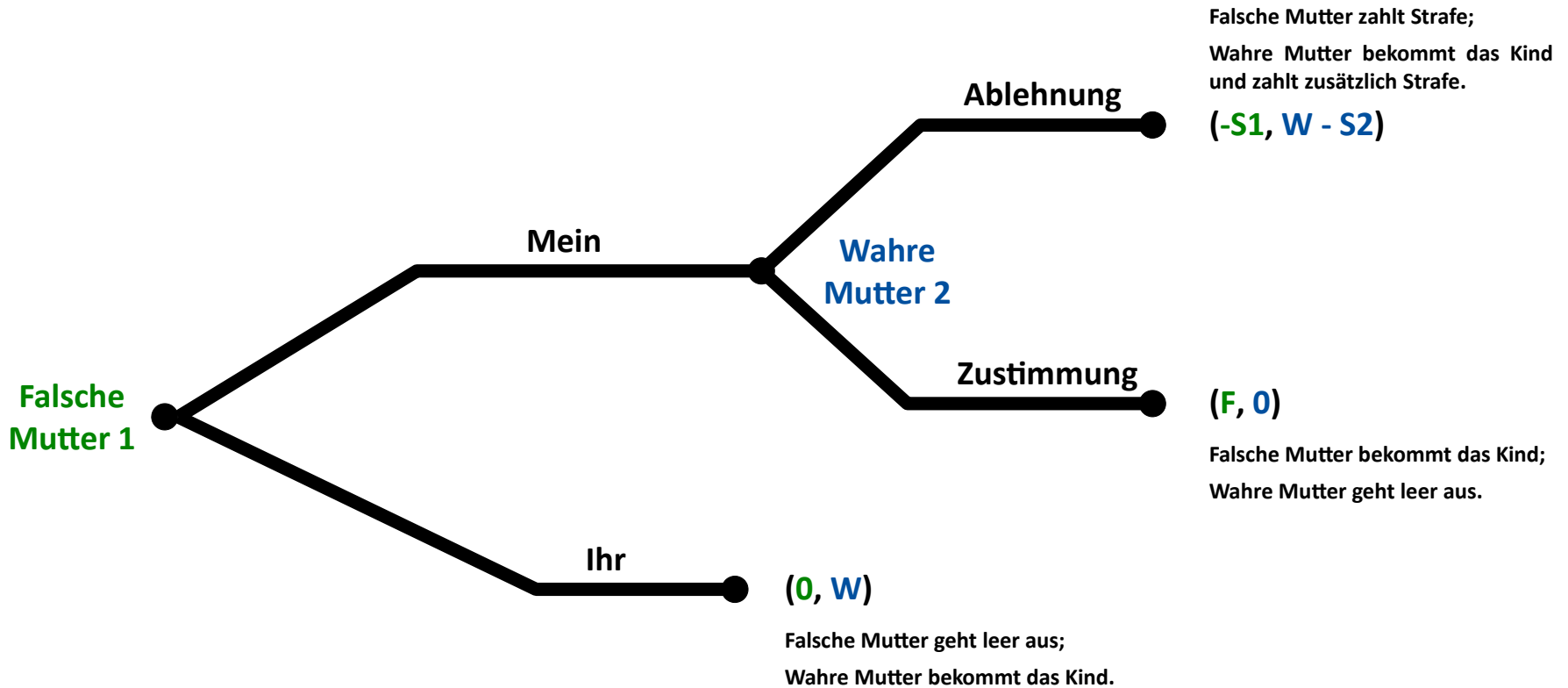


Teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht



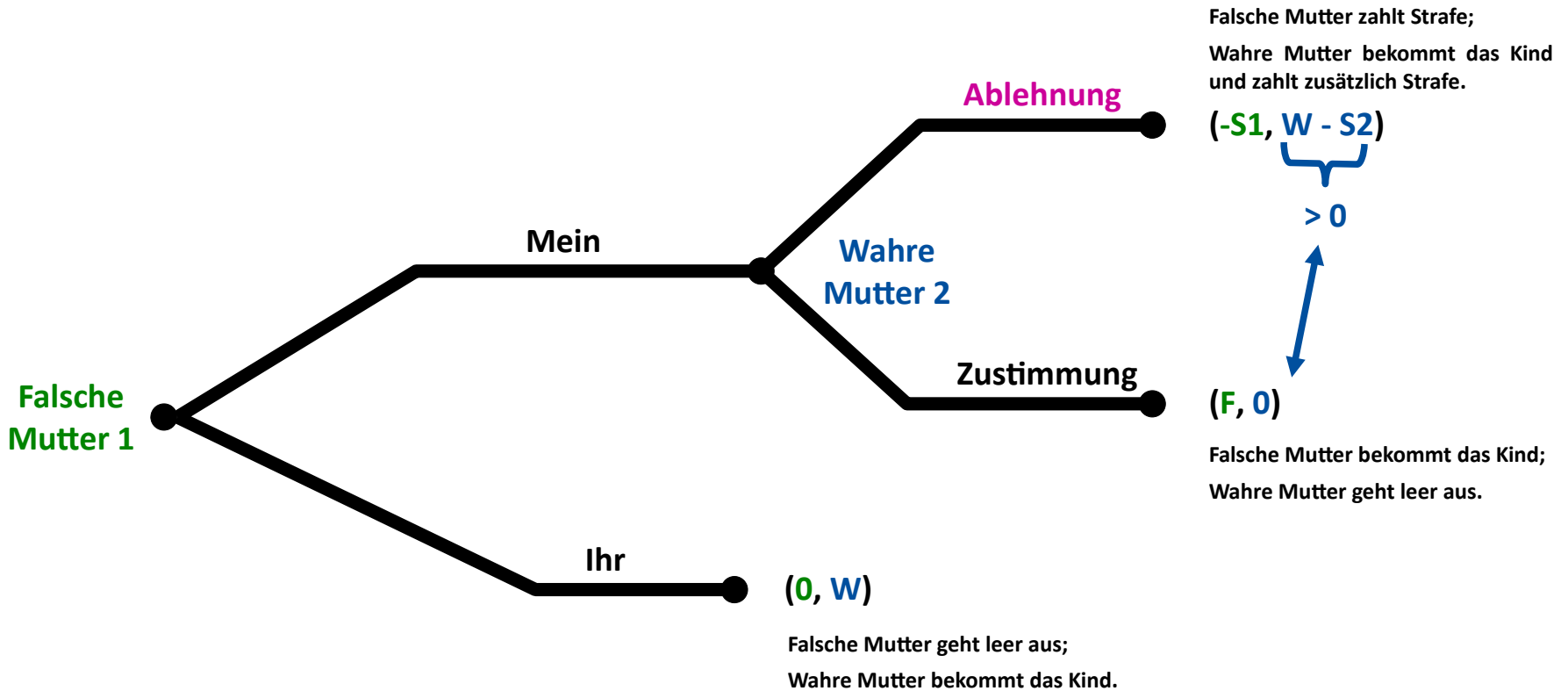


Falsche Mutter wird zuerst gefragt



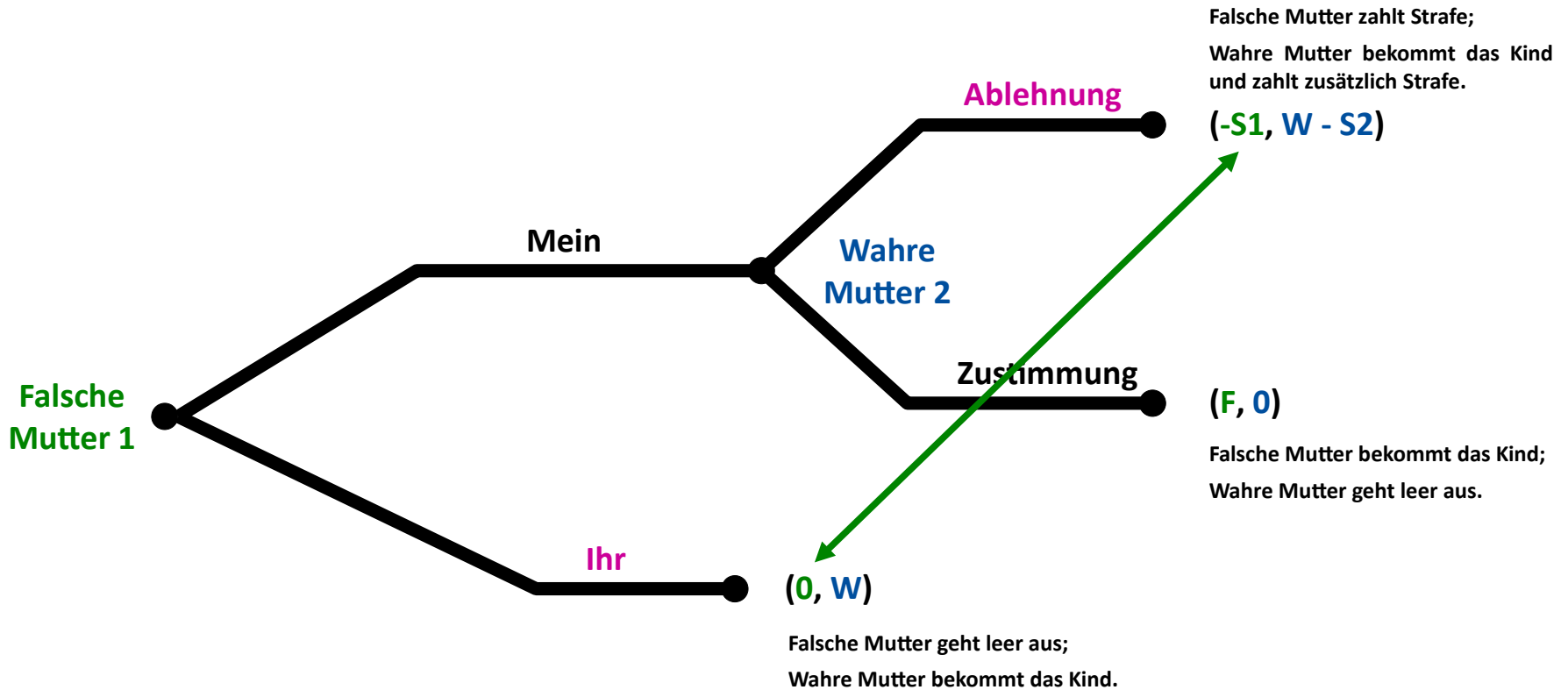


Rückwärtsinduktion – Schritt 2



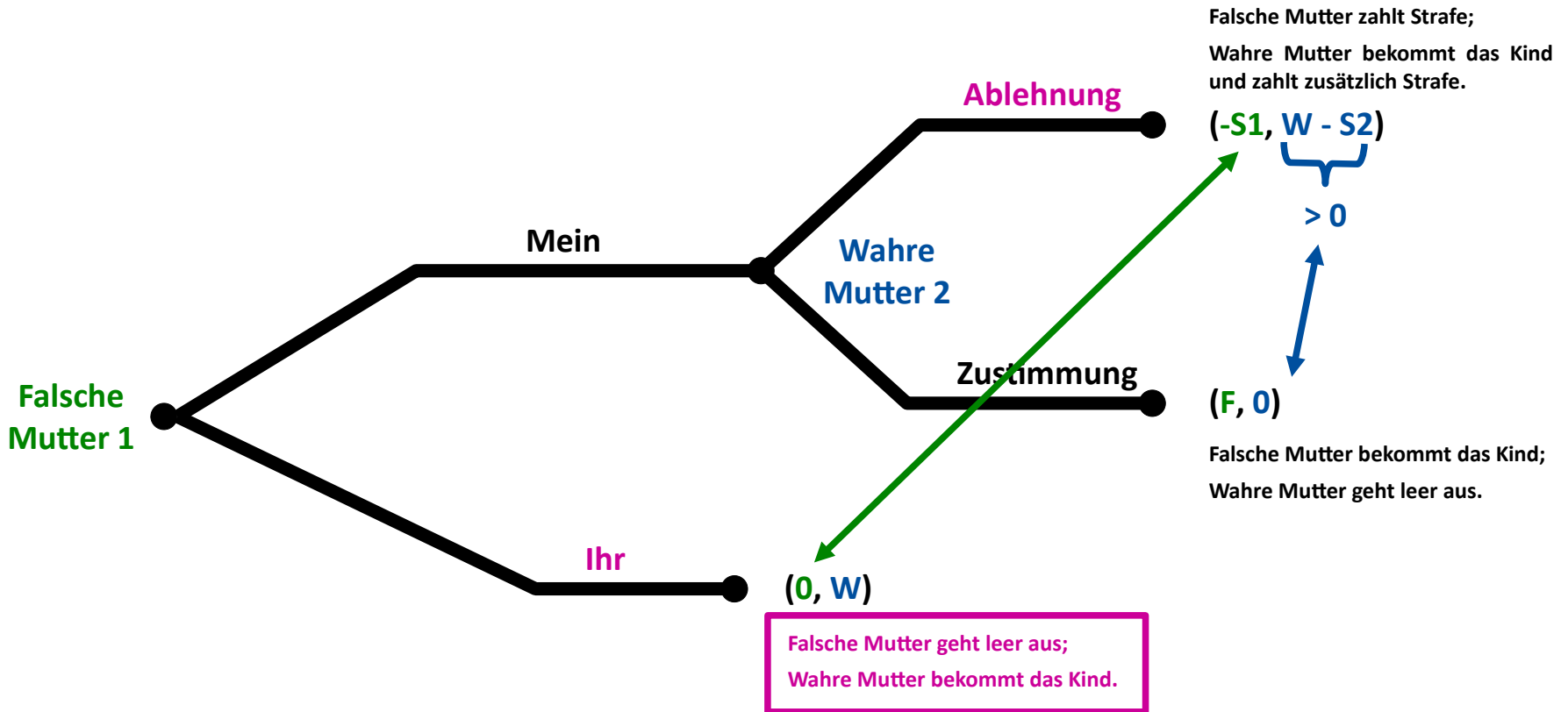


Rückwärtsinduktion – Schritt 1





Teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht





Nash-Gleichgewicht

Nash-Gleichgewicht in der Spieltheorie beschreibt ein Strategiepaar, bei dem sich keiner der beiden Spieler durch einseitiges abweichen seiner Strategie individuell besser stellen kann. Das strategische Gleichgewicht ist in der Spielsituation stabil, da keine Anreize zu Verhaltensänderungen bestehen. John Nash, Reinhard Selten und John Harsanyi erhalten den Nobelpreis für die grundlegende Analyse des Gleichgewichts in nicht-kooperativer Spieltheorie. Insbesondere hat Reinhard Selten den Begriff des teilspielperfekten Nash-Gleichgewichts eingeführt.



JOHN NASH
(1928-2015)



Aufteilung des Kuchens – zwei Kinder

Problem: Gibt es eine Möglichkeit, einen Kuchen so unter zwei Kindern aufzuteilen, dass sich kein Kind aus gutem Grunde beschweren kann, es habe weniger als eine Hälfte des Kuchens bekommen?



Mechanismus-Design: Eins der Kinder bekommt die Aufgabe, den Kuchen in zwei gleich große Stücke zu zerschneiden. Das andere Kind darf sich dann von den beiden Kuchenstücken eins aussuchen. Das erste Kind erhält dann das übriggebliebene Stück.

Das zweite Kind kann sich natürlich nicht beschweren, weil es die Chance hatte, das aus seiner Sicht größere Stück auszuwählen und damit mindestens die Hälfte des Kuchens zu bekommen. Aber auch das erste Kind kann sich nicht aus gutem Grunde beschweren. Es hatte ja die Chance, den Kuchen in genau zwei Hälften zu schneiden, so dass es auch mindestens die Hälfte bekommt.



Ich teile und du wählst

Gen 13, 1-13

1 Von Ägypten zog Abraham in den Negev hinauf, er und seine Frau mit allem, was ihm gehörte, und mit ihm auch Lot.

8 Da sagte Abraham zu Lot: Zwischen mir und dir, zwischen meinen und deinen Hirten soll es keinen Streit geben; wir sind doch Brüder.

9 Liegt nicht das ganze Land vor dir? Trenn dich also von mir! Wenn du nach links willst, gehe ich nach rechts; wenn du nach rechts willst, gehe ich nach links.

11 Da wählte sich Lot die ganze Jordangegend aus. Lot brach nach Osten auf und sie trennten sich voneinander.

12 Abraham ließ sich in Kanaan nieder, während Lot sich in den Städten jener Gegend niederließ und seine Zelte bis Sodom hin aufschlug.



JAN VICTORS
1655-65



Seerechtsübereinkommen der Vereinten Nationen Anlage 3, Artikel 5



**THE LAW
OF THE SEA**

... muss sich jeder Antrag auf ein Gesamtfeld beziehen, das ... so groß und seinem geschätzten kommerziellen Wert nach so beschaffen sein muss, dass zwei Abbauvorgänge möglich sind. Der Antragsteller gibt die Koordinaten an, die das Feld in zwei Hälften von gleichem geschätztem kommerziellem Wert teilen... Innerhalb von 45 Tagen nach Eingang dieser Daten bestimmt die Behörde den Teil, der nur für Tätigkeiten zu reservieren ist, die sie selbst durch das Unternehmen oder unter Einbeziehung von Entwicklungsstaaten durchführt. Das bestimmte Feld wird zum reservierten Feld, sobald der Arbeitsplan für das nichtreservierte Feld bestätigt und der Vertrag unterzeichnet ist.



Aufteilung des Kuchens – drei Kinder

Problem: Gibt es eine Möglichkeit, einen Kuchen so unter drei Kindern aufzuteilen, dass sich kein Kind aus gutem Grunde beschweren kann, es habe weniger als ein Drittel des Kuchens bekommen?



Mechanismus-Design: Zuerst soll ein Kind den Kuchen in zwei gleich große Stücke zerschneiden. Das zweite Kind darf sich davon ein Stück aussuchen und hat die Aufgabe, dieses Stück weiter in drei gleich große Kuchenstücke zu zerschneiden. Das andere Stück verbleibt beim ersten Kind und wird in gleicher Weise in drei Teile geschnitten. Schließlich darf sich das dritte Kind sowohl von den drei Kuchenstücken des ersten als auch des zweiten Kindes jeweils eins auswählen. Damit besitzt jedes Kind zwei Stücke und der Kuchen ist aufgeteilt.



Basketball

- Festlegung der Spielregeln für eine Sportart



Bei dem Basketballspiel muss die ballführende Mannschaft innerhalb von 24 Sekunden ihren Angriff abgeschlossen haben, ansonsten wechselt der Ballbesitz. Ein Unentschieden gibt es beim Basketball nicht. Ist der Punktestand nach Ablauf der regulären Spielzeit ausgeglichen, schließt sich eine Verlängerung von jeweils fünf Minuten an, bis ein Team mit mindestens einem Punkt Vorsprung gewonnen hat. Dieser Mechanismus führt die beiden Mannschaften beim Basketballspiel zu einem schnelleren und offensiveren Wettbewerb.



Auktion

- Versteigerung eines Gutes durch Auktion



Die Vickreyauction ist ein Beispiel eines Mechanismus für Auktionen. Alle Bieter geben gleichzeitig verdeckte Gebote ab und der Bieter mit dem höchsten Gebot erhält das zu versteigernde Gut. Er muss jedoch nur den Preis des zweithöchsten Gebots zahlen. Die Regeln sind hier so gestaltet, dass es für jeden Bieter die beste Strategie ist, genauso viel zu bieten, wie ihm das Gut wert ist. Robert Wilson und Paul Milgrom erhielten 2020 den Nobel-Preis in den Wirtschaftswissenschaften für ihre Beiträge zur Auktionstheorie und für die Entwicklung neuer Auktionsformate, wie z.B. Online-Auktion.



Die wunderbare Einrichtung und Harmonie des Weltalls kann nur nach dem Plane eines allwissenden und allmächtigen Wesen zustande gekommen sein. Das ist und bleibt meine letzte und höchste Erkenntnis. ...Wer nur halb nachdenkt, der glaubt an keinen Gott, wer aber richtig nachdenkt, der muss an Gott glauben.



ISAAC NEWTON
1643-1727



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Weitere Veranstaltungen

SoSe 2023: Kulturgut Mathematik und POLITIK (Prof. Dr. Philipp Reiter)

WiSe 2023/24: Kulturgut Mathematik und KUNST (Prof. Dr. Batu Güneysu)

SoSe 2024: Kulturgut Mathematik und JUSTIZ (Prof. Dr. Oliver Ernst)

WiSe 2024/25: Kulturgut Mathematik und LOGISTIK (Prof. Dr. Christoph Helmberg)

[Link auf die Vortragsreihe „Kulturgut Mathematik und ...“](#)

Die Vortragsreihe "Kulturgut Mathematik und ..." wird unterstützt durch

