

### 1 (Kurze Fragen – kurze Antworten)

Beantworten Sie **kurz** und in eigenen Worten:

- a) Wodurch unterscheiden sich die Begriffe Barwert, Endwert, Zeitwert und was haben sie gemeinsam?
- b) Stimmt es, dass der Barwert eines gegebenen Zahlungsstroms bei höherem Kalkulationszinssatz kleiner wird? Warum?
- c) Kann eine lineare Optimierungsaufgabe mehrere optimale Lösungen besitzen? (Begründung!)
- d) Warum kann es erforderlich sein, ein bestimmtes Integral mit numerischen (Näherungs-) Verfahren zu lösen?

**3+2+2+2 P.**

.....

### 2 (Simplexmethode)

Finden Sie eine optimale Lösung der folgenden LOA mittels Simplexmethode (**von Hand!**):

$$\begin{array}{rcll} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 & \rightarrow & \min & \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 & \geq & 30 & \\ 4x_1 & + & x_3 + 5x_4 & \leq 20 \\ & & x_1, x_2, x_4 & \geq 0 \\ & & x_3 & \text{beliebig} \end{array}$$

**10 P.**

.....

### 3 (Grafische Lösung einer linearen Optimierungsaufgabe)

a) Lösen Sie die folgende LOA auf grafischem Wege. Wie lauten die optimale Lösung und der optimale Zielfunktionswert?

$$\begin{array}{rcll} -3x + y & \rightarrow & \max & \\ x + y & \geq & 1 & \\ 3x - 5y & \geq & -10 & \\ x - 5y & \leq & 5 & \\ & & y & \geq 0 \\ & & x & \text{beliebig} \end{array}$$

b) Was würde sich ergeben, wenn dieselbe Zielfunktion zu minimieren wäre?

**6+2 P.**

**4 A (Rentenrechnung)**

Ein Auto im Wert von 20 000 € soll durch eine Anzahlung in Höhe von 5 000 € sowie 36 (nachschüssig zahlbare) Monatsraten finanziert werden. Der vereinbarte Zinssatz betrage 6 % p. a. Wie hoch sind die Monatsraten?

**5 P.**

oder

**4 B (Rentenrechnung)**

Jemand spart 20 Jahre lang einmal jährlich vorschüssig 1 000 € (prognostizierte Rendite in der Anlagephase: 7 % p. a.) und möchte danach innerhalb von 10 Jahren sein angespartes Geld vollständig verbrauchen, wozu ihm jährlich vorschüssig ein Betrag  $A$  ausbezahlt wird (garantierte Verzinsung in der Entnahmephase: 5 % p. a.). Wie hoch ist  $A$ ?

**5 P.**

.....

**5 A (Zinseszinsrechnung)**

a) Eine 1999 gekaufte Antiquität wurde im Jahre 2009 zum dreifachen Preis verkauft. Welche (jährliche) Rendite erzielte der Kunsthändler?

b) Wie lange hätte er bei einem Wertzuwachs von 6 % p. a. warten müssen, um die Antiquität zum dreifachen Preis verkaufen zu können?

**3+3 P.**

oder

**5 B (Tilgungsrechnung)**

Herr A. hat ein Darlehen in Höhe von 200 000 € aufgenommen (Verzinsung 6 % p. a., Annuitätentilgung), um ein Haus zu bauen. Er ist beim besten Willen nicht in der Lage, jährlich mehr als 19 000 € (nachschüssig) an die Bank zu zahlen. Kann er es schaffen, das Darlehen innerhalb von 15 Jahren vollständig zu tilgen?

**6 P.**

**6 (Lineare Optimierung – Modellierung)**

Stellen Sie das Modell einer linearen Optimierungsaufgabe für folgenden Sachverhalt auf: Ein Anleger möchte ein Portfolio aus drei Wertpapieren zusammenstellen, das eine möglichst hohe Rendite verspricht, wobei das Risiko (gemessen durch die sog. Volatilität) den Wert von 0,2 nicht überschreiten soll. Die Wertpapiere weisen folgende Kenngrößen auf:

	WP 1	WP 2	WP 3
erwartete Rendite	8 %	15 %	2 %
historische Volatilität	0,15	0,35	0,05

Sog. *Leerverkäufe* sind nicht erlaubt, d. h., der Anleger darf Papiere, die er nicht besitzt, auch nicht verkaufen.

**5 P.**

.....

**7 (Kursrechnung – numerisches Näherungsverfahren)**

Mit der Formel  $C = \frac{1}{q^n} \left( p \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} + 100 \right)$  lässt sich der Kurs einer Anleihe (mit Restlaufzeit  $n$  und Kupon  $p$ ) berechnen. Es gelte  $n = 10, p = 6$ .

- a) Für  $q = 1,07$  berechne man  $C$  (Genauigkeit: 2 Nachkommastellen).
- b) Für  $C = 98$  berechne man  $q$  (Genauigkeit: 4 Nachkommastellen) mit Hilfe eines geeigneten numerischen Verfahrens „per Hand“ (**Lösung mittels eines programmierbaren Taschenrechners bringt keine Punkte!**).

**2+5 P.**

.....

**ZUSATZAUFGABE**

Für eine Investition wird folgender Plan der Ausgaben und Einnahmen aufgestellt:

Jahr	Ausgaben	Einnahmen
$k$	$A_k$	$E_k$
0	100 000	0
1	20 000	40 000
2	30 000	60 000
3	40 000	$x$

Wie groß muss  $x$  (mindestens) sein, damit sich für kleine Kalkulationszinssätze die Investition lohnt?

**4 ZP.**