

Laborpraktikum II - Sommersemester 2005

## Schwellenwerte in der Perkolationstheorie

Betreuer: Dr. Ivan Veselić,  
Emmy-Noether Nachwuchsgruppe der Deutschen Forschungsgemeinschaft,  
Fakultät für Mathematik,  
Reichenhainer Str. 39, Raum 428, Tel. 531-2708

Perkolationstheorie beschäftigt sich mit geometrischen Eigenschaften von zufälligen Teilgraphen eines Gitters. In der Physik wird sie als Modell verwendet, um ungeordnete Systeme zu beschreiben und liefert ein Beispiel, mit dem kritische Phänomene, die Methode der Renormierungsgruppe und Transporteigenschaften ungeordneter Medien verstanden werden können. Die Perkolationstheorie gibt so einen theoretischen Hintergrund für viele Anwendungen in der Physik und anderen Naturwissenschaften.

Man betrachtet ein quadratisches Gitter  $\mathbb{Z}^d$ . Bei der sogenannten Bond-Perkolation werden Kanten zwischen benachbarten Gitterplätzen mit Wahrscheinlichkeit  $p$  im Graphen belassen und mit Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  entfernt. So entsteht ein zufälliger Teilgraph von  $\mathbb{Z}^d$ , dessen Zusammenhangskomponenten *Cluster* genannt werden. Die Perkolationstheorie handelt nun von der Anzahl und den Eigenschaften dieser Cluster in Abhängigkeit des Parameters  $p \in (0, 1)$ . Die *kritische Wahrscheinlichkeit*  $p_c$  ist derjenige Wert von  $p$ , bei welchem erstmalig ein unendlich großer Cluster auftritt.

Ziel dieser Arbeit ist es, insbesondere den Fall  $d = 2$  zu untersuchen. Es wird die Antwort auf die Frage nach der Existenz und Eindeutigkeit eines solchen Schwellenwertes  $p_c$  gegeben. Schließlich wird für den zweidimensionalen Fall die kritische Wahrscheinlichkeit berechnet.