

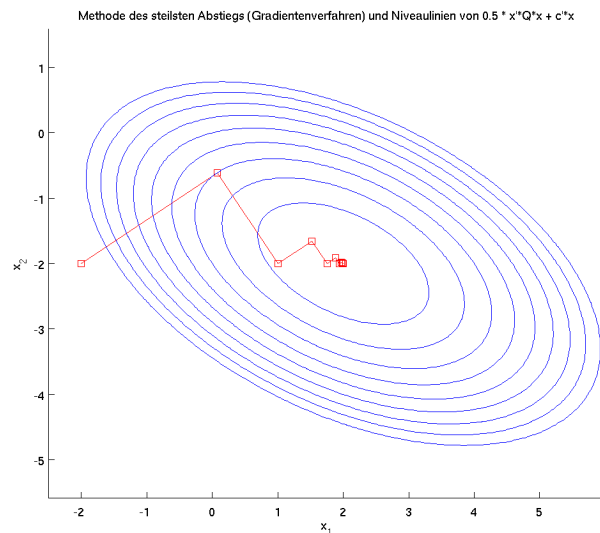
## Grundlagen der Optimierung

### Gradientenverfahren

Wir wenden das Gradientenverfahren (Algorithmus 6.1 mit Schrittweite aus der Minimierungsregel) auf die quadratische Funktion  $f$  an:

$$f(x) = \frac{1}{2} x^\top \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}^\top x.$$

Ausgehend vom Startpunkt  $x_0 = (-2, -2)^\top$  ergibt sich folgendes Konvergenzverhalten gegen die Lösung bei  $x^* = (2, -2)^\top$ :



$k$	$\ x_k - x^*\ $	$\frac{\ x_{k+1} - x^*\ }{\ x_k - x^*\ }$	$ f(x_k) - f(x^*) $	$\frac{ f(x_{k+1}) - f(x^*) }{ f(x_k) - f(x^*) }$
0	4.00e+00	5.92e-01	2.40e+01	2.49e-01
1	2.37e+00	4.20e-01	5.97e+00	2.49e-01
2	9.96e-01	5.92e-01	1.49e+00	2.49e-01
3	5.89e-01	4.20e-01	3.70e-01	2.49e-01
4	2.48e-01	5.92e-01	9.21e-02	2.49e-01
5	1.47e-01	4.20e-01	2.29e-02	2.49e-01
6	6.17e-02	5.92e-01	5.70e-03	2.49e-01
7	3.65e-02	4.20e-01	1.42e-03	2.49e-01
8	1.53e-02	5.92e-01	3.53e-04	2.49e-01
9	9.09e-03	4.20e-01	8.80e-05	2.49e-01
10	3.82e-03		2.19e-05	

Im Beispiel gilt (vgl. Konvergenzsatz 6.4):

$$\kappa = \text{cond}_2(Q) = 3.5, \quad \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} = 0.5556, \quad \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}\right)^2 = 0.3086.$$