

## Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

### Beispiel 3.14 (Zinseszinsrechnung)

Am Ende einer Zinsperiode werden die Zinsen dem Kapital zugeschlagen und im Weiteren mit verzinst. Mit den Bezeichnungen

- $K_0$  – Startkapital,
- $n$  – Anzahl der Zinsperioden (z.B. Jahre oder Quartale) und
- $p$  – Zinssatz für eine Zinsperiode
- $K_n$  – Kapital am Ende der  $n$ -ten Zinsperiode (Zeitwert)
- $q = (1 + p)$  – **Aufzinsungsfaktor**

erhält man die Beziehungen

Zeitwert nach $n$ Zinsperioden	$K_n = K_0 (1 + p)^n = K_0 q^n$
Zeitwert für $t = 0$ ( <b>Barwert</b> )	$K_0 = K_n q^{-n}$
Zinssatz	$p = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$
Laufzeit	$n = \frac{\ln K_n - \ln K_0}{\ln(1 + p)}$

Man nennt  $q^n$  den **Aufzinsungsfaktor für  $n$  Zinsperioden** und  $q^{-n}$  den **Abzinsungsfaktor für  $n$  Zinsperioden**. Die Berechnung des Barwertes  $K_0$  aus dem (gewünschten) Endkapital  $K_n$  bezeichnet man auch als **Abzinsen** oder **Diskontieren**.

#### Rechenbeispiel:

- (a) Ein Bürger kauft Finanzierungsschätze des Bundes (Laufzeit 2 Zinsperioden (Jahre)) im Nominalwert von 5 000 € und muss dafür 4 441,60 € bezahlen. Welcher Verzinsung pro Jahr entspricht dies?

Es ist  $K_n = 5\,000\,€$ ,  $K_0 = 4\,441,60\,€$  und  $n = 2$  und damit

$$p = \sqrt[2]{\frac{K_2}{K_0}} - 1 = 6,10\%.$$

Die Verzinsung beträgt also 6,10% pro Zinsperiode (Jahr).

- (b) Am 01.01.2002 verleiht A an B 10 000 € zu 10% Zinsen pro Jahr. Welchen Betrag muss B am Rückzahlungstermin, dem 31.12.2008, zurückzahlen bei
- einfacher Verzinsung?  $10\,000\,€ \cdot (1 + 10\% \cdot 7) = 17\,000\,€$
  - Verzinsung mit jährl. Zinseszins?  $10\,000\,€ \cdot (1 + 10\%)^7 = 19\,487,17\,€$