

Höhere Mathematik I.1

Aufgabenkomplex 2: Mengenlehre, Umrechnung von Einheiten, Zahlbereiche

Letzter Abgabetermin: 25. November 2008

(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 41/615)

**Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.1, Aufgabenkomplex 2“
kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!**

1. Beim Druck und in entsprechenden Anwendungsprogrammen wird als Einheit oft der DTP-Punkt verwendet, dabei gilt $1 \text{ in} = 72 \text{ pt}$.

Die Papierformate der A-Reihe sind so festgelegt, dass das Format A0 den Flächeninhalt von 1 m^2 hat und bei Halbierung der längeren Seite jedes Mal ein Blatt mit gleichem Seitenverhältnis entsteht, das dann die um 1 höhere Nummer in der Reihe erhält.

- Stellen Sie in einer Skizze dar, wie sich das Format A4 aus dem Format A0 herleitet!
- Leiten Sie her, wie groß das Seitenverhältnis sein muss!
- Berechnen Sie die Seitenlängen des A4-Formates in DTP-Punkten!

2. Für welche reellen x sind folgende Ungleichungen erfüllt:

a) $\frac{x^2 + 6x - 67}{x + 5} \geq 2$, b) $|x + 4| + |9 - 5x| \leq 7$, c) $\frac{1}{|x - 3|} + \frac{1}{x + 3} \geq 6$?

3. Lösen Sie die Gleichung $(3 - 2i)z + 75 + 3i = \frac{1 + 9i}{1 + i} - 2(1 + 2i)z$ ohne elektronische Hilfsmittel, geben Sie die Lösung in algebraischer und trigonometrischer Darstellung an! (Für die Berechnung des arctan kann ein Taschenrechner verwendet werden.)

4. Skizzieren Sie in der komplexen Ebene jeweils die Menge aller Zahlen z , die folgenden Bedingungen genügen:

a) $|z - 2| > 3$, b) $2 \leq |z - 2 + 5i| \leq 5$,
c) $-2 < \operatorname{Re}(z) \leq 6$, d) $|z + 1 - 4i| \geq |z - 3 - 2i|$!

Hinweis: Ermitteln Sie ggf. ausgehend von $z = x + iy$ eine Beziehung zwischen Realteil x und Imaginärteil y !

5. Bestimmen Sie die trigonometrischen Darstellungen der komplexen Zahlen $z_1 = -\sqrt{12} + 2i$ und $z_2 = -3 - \sqrt{27}i$ und ermitteln Sie mit ihrer Hilfe $z_1 z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, z_1^5 und $\frac{\overline{z_2}^2}{z_1^{10}}$! Geben Sie die Ergebnisse auch in algebraischer Darstellung an!

Zusatzaufgabe

Bei dieser Aufgabe können 10 Zusatzpunkte erworben werden, bei den Aufgaben 1 – 5 werden insgesamt 40 Punkte vergeben. Der Aufgabenkomplex ist bestanden, wenn mindestens 20 Punkte erreicht worden sind.

Lösen Sie die folgenden Aufgaben mit MATLAB. Protokollieren Sie Ihr Vorgehen in einer `diary`-Datei und speichern Sie erstellte Plots ab. Auf der folgenden Seite finden Sie Hinweise zur Anwendung von MATLAB für komplexe Zahlen und für Logikaufgaben.

1. Lösen Sie die Aufgabe 2b) mit Hilfe von MATLAB. Zeichnen Sie dazu die Funktion $|x+4| + |9-5x|$ und die konstante Funktion 7 in einem geeigneten Bereich in einen gemeinsamen Plot. Geben Sie dem Plot einen Titel, beschriften Sie die Koordinatenachsen und erstellen Sie eine Legende. Markieren Sie (nach dem Ausdrucken) die x , welche der Bedingung $|x+4| + |9-5x| \leq 7$ genügen.
2. Es sei $z_1 := 4 + 2i$ und $z_2 := 3 - i$. Berechnen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 * z_2$, $\frac{\bar{z}_1}{z_2}$, $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$, $\text{Im}(z_1 + z_2)$, $\text{Im}(z_1) + \text{Im}(z_2)$, $\text{Im}(z_1 * z_2)$, $\text{Im}(z_1) * \text{Im}(z_2)$, $|z_1| * |z_2|$, $|z_1 * z_2|$.
3. Bestimmen Sie mit dem Befehl `roots` alle Nullstellen des Polynoms $p(x) = x^3 + x^2 - x + 15$.
4. Geben Sie die Wahrheitstabelle zur Aussage $A \Rightarrow (B \vee C)$ an.
Hinweis: Satz 1.7 (b) aus der Vorlesung
5. Es wird eine Party veranstaltet. Leider gibt es Unstimmigkeiten in einer Gruppe mit den Personen A, B, C und D. Sie knüpfen den Besuch der Party an verschiedene Bedingungen. Insgesamt sind die folgenden Aussagen als wahr bekannt.
 - a) Mindestens einer geht zur Party.
 - b) Wenn A zur Party geht, dann gehen auch B und D.
 - c) Wenn A nicht zur Party geht, dann gehen B und C zur Party.
 - d) Wenn B oder C oder D zur Party geht, dann geht auch A.
 - e) C geht genau dann zur Party, wenn D geht und A nicht geht.

Hinweis: Es gilt: $(X \Leftrightarrow Y) \Leftrightarrow ((X \Rightarrow Y) \wedge (Y \Rightarrow X))$

Bestimmen Sie mit einer Wahrheitstabelle (analog zu Beispiel 1.8 aus der Vorlesung), wer zur Party geht.

Öffnen Sie die erstellte `diary`-Datei (vorher mit `>> diary off` die Protokollierung abschließen) und entfernen Sie ggf. überflüssige Zeilen (z.B. Fehleingaben). Drucken Sie anschließend die bearbeitete `diary`-Datei und eventuell angefertigte Plots möglichst sparsam (d.h. nach Möglichkeit duplex, mehrere Seiten pro Blatt, kleine Schriftgröße) aus. Fügen Sie den Ausdruck Ihrer „restlichen“ Hausaufgabe an.

Hinweise zur **MATLAB**aufgabe

Komplexe Zahlen

Sie können mit komplexen Zahlen wie mit normalen Zahlen rechnen. Um z.B. die Summe von $2+i$ und $1-4i$ zu berechnen, genügt es,

```
>> (2+i)+(1-4i)
```

einzugeben. Komplexe Zahlen können auch in Variablen gespeichert werden. Der Realteil einer komplexen Zahl kann mit der Funktion `real` bestimmt werden. Beispiel:

```
>> z=1-4i
```

```
>> real(z)
```

Darüberhinaus stehen weitere Befehle zum Rechnen mit komplexen Zahlen zur Verfügung.

```
>> help real
```

```
>> help imag
```

```
>> help conj
```

```
>> help abs
```

Logik

Auch Wahrheitstabellen können in Matlab bequem erzeugt werden. Um zum Beispiel alle möglichen Wahrheitwertbelegungen für die zwei „Aussagen“ A und B zu erzeugen, kann man die Befehle

```
>> Anz_Var=2; WWT=dec2bin(2^Anz_Var-1:-1:0) - '0'
```

verwenden. WWT wird später zur Wahrheitwerttabelle erweitert. Die Befehle

```
>> A=WWT(:,1), B=WWT(:,2)
```

speichern die erste Spalte von WWT in A und die zweite Spalte in B. Jetzt können A und B logisch miteinander verknüpft werden. Dabei steht 0 für „falsch“ und 1 für „wahr“. Zum Beispiel wird durch

```
>> A | B
```

eine (komponentenweise) oder-Verknüpfung (\vee) realisiert. Weitere logische Verknüpfungen sind die und-Verknüpfung (\wedge)

```
>> A & B
```

und die Negation

```
>> not(A)
```

Um eine Wahrheitwerttabelle in einer kompakten Darstellung zu erhalten, fügen wir zu WWT eine Spalte mit dem Ergebnis der Verknüpfung hinzu:

```
>> WWT(:,3) = A & B
```