

Ergänzungskurs Elementarmathematik für Bachelor WS2008/2009

5. Übungsblatt

**Determinanten**

1. Berechnen Sie von folgenden Matrizen die Determinanten!

a)  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$    b)  $\begin{pmatrix} a & a \\ b & b \end{pmatrix}$    c)  $\begin{pmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{pmatrix}$    d)  $\begin{pmatrix} 3^t & 2^t \\ 3^{t-1} & 2^{t-1} \end{pmatrix}$

2. Berechnen Sie die Determinante der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  mit dem Entwicklungssatz und mit der Regel von Sarrus!

3. Berechnen Sie die Determinanten so schnell wie möglich!

a)  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$    b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ -3 & -6 & -9 & -12 \end{pmatrix}$

**Inverse Matrizen**

1. Bestimmen Sie, wenn möglich, die Inversen der Matrizen A,B,C und D!

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$    b)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$    c)  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$    d)  $D = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 5 & 8 \\ -9 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

2. Für welche Werte von t besitzt  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t \\ 2 & 1 & t \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  eine Inverse?

**Gleichungssysteme**

1. Für welche Werte von  $\lambda$  besitzt das Gleichungssystem nicht nur die triviale Lösung?

$$\begin{aligned} 5x + 2y + z &= \lambda x \\ 2x + y &= \lambda y \\ x + z &= \lambda z \end{aligned}$$

2. Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen der folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe der Gauß'schen Elimination!

a)

$$\begin{aligned} 2x_2 - x_3 &= -7 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -10 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - x_3 &= 4 \\2x_1 + x_2 + x_3 &= 7 \\2x_1 - 4x_2 + 4x_3 &= 6 \\3x_1 + 4x_2 &= 11\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\x_1 - x_2 + x_3 &= 5 \\2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1\end{aligned}$$

3. Bestimmen Sie diejenigen Werte von  $c$ , für die das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}2w + x + y + z &= 1 \\w + 3x + 2y - z &= 3c \\w + x + 2y + z &= c^2\end{aligned}$$

eine Lösung hat und bestimmen Sie für diese Werte von  $c$  die vollständige Lösung des Gleichungssystems!

### Eigenwerte und Eigenvektoren

4. Bestimmen Sie die Eigenwerte folgender Matrizen!

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ !