

Ergänzungskurs Elementarmathematik für Bachelor WS2008/2009

Klausurvorbereitung Teil III

**Analytische Geometrie in der Ebene und im Raum**

- Gegeben seien die Punkte  $A = (0, 0, 8)$ ,  $B = (1, 0, 7)$ ,  $C = (1, 1, 3)$  und  $D = (0, 2, 0)$ .
  - Zeigen Sie, dass die Punkte in einer Ebene liegen und bestimmen Sie die Gleichung dieser Ebene in parameterfreier Form!
  - Geben Sie die Geradengleichung des Lotes vom Koordinatenursprung auf diese Ebene an und bestimmen Sie den Lotfußpunkt!
  - Welchen Abstand hat die Ebene vom Koordinatenursprung?
  - Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$ !
  - Bestimmen Sie den Winkel beim Punkt  $A$  in diesem Viereck!
- Bestimmen sie den Punkt der Gerade  $-7x + y = 5$ , der dem Punkt  $(1, 2)$  am nächsten liegt!
- In der  $x - y$ -Ebene werde die Gerade  $3x + 2y = 6$  betrachtet.
  - Geben Sie die Gleichung in Parameterform an!
  - Geben Sie die zur Geradenrichtung orthogonale Richtung an!
  - Geben Sie die Geradengleichung der Lots vom Punkt  $P = (1, 2)$  auf die Gerade an, bestimmen Sie den Lotfußpunkt und den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden!
- Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Ebenen  $x + 2y + 3z = 4 \cdot 10^{120}$ ,  $-x + 4y + 2z = 10^{122}$  und  $8x - 2y + az = b + 2 \cdot 10^{121}$  in Abhängigkeit von den Parametern  $a$  und  $b$ ! (Die Gleichung der ggf. existierenden Schnittmenge der 3 Ebenen muss nicht angegeben werden.)

**Finanzmathematik**

- Ein Sparplan sieht die Einzahlung von 2000 € zu Beginn des ersten und von je 1000 € zu Beginn der neun folgenden Jahre vor, die Verzinsung erfolgt mit 4% p.a. Welches Guthaben steht am Ende des zehnten Jahres zur Verfügung?
- Für ein Grundstück liegen drei Kaufangebote vor:
  - sofortige Zahlung von 70000 €,
  - Zahlung vom 80000 € in drei Jahren,
  - 10 jährige Raten von 8400 €, wobei die erste Rate sofort gezahlt werden soll.Bestimmen Sie die Barwerte der drei Angebote zum aktuellen Zeitpunkt bei einem Kalkulationszinssatz von 4% p.a.! Welches der Angebote ist für den Verkäufer das günstigste?
- Jemand möchte an seinem 61. Geburtstag und an den 29 folgenden Geburtstagen einem vorhanden Kapital jeweils 20000 € entnehmen. Wie hoch muss das Kapital am 60. Geburtstag sein, um bei einer Verzinsung von 4% p.a. diese Entnahmen zu ermöglichen?
  - Angenommen, das Kapital wäre bei einer Verzinsung von ebenso 4% p.a. durch Raten gleicher Höhe, die am 21. Geburtstag und den 39 folgenden Geburtstagen geleistet wurden, angespart worden. Wie hoch müssten die Raten gewesen sein?
- Ein Elektromarkt gewährt in der ersten Verkaufswoche des Jahres auf bestimmte Produkte einen Rabatt von 19%. Der so bestimmte tatsächliche Bruttoverkaufspreis enthält Umsatzsteuer auf den tatsächlichen Nettoverkaufspreis. Bestimmen Sie für ein derartiges Produkt, das unrabattiert 119 € kostet, den tatsächlichen Brutto- und Nettoverkaufspreis

sowie die Umsatzsteuer!

5. Jemand zahlt auf ein Jugendgirokonto, das bei quartalsweiser Zinsgutschrift mit 0.5% pro Quartal verzinst wird, jeweils zu Quartalsbeginn 40 € ein. Welches Guthaben steht nach 3 Jahren zur Verfügung, wenn unterstellt wird, dass keine anderen Kontobewegungen stattfinden?
6. Einem Käufer wird für eine Ware, die bei sofortiger Zahlung 10000 € kostet, eine Ratenzahlung von 5 jährlichen Raten, bestehend aus 4 Raten von 2000 € und einer Schlussrate von 4000 € angeboten, wobei die erste Rate sofort fällig ist. Der Käufer legt dem Vergleich der Angebote den Zinssatz seines Tagesgeldkontos von 3,8% p.a. zugrunde. Bestimmen Sie den Barwert des Ratenkaufangebots! Ist dieses für den Käufer günstiger als die sofortige Zahlung?
7. Bei einem Ratenkauf sind für eine Ware, deren Ladenverkaufspreis 600 € beträgt, Monatsraten in Höhe von 30 € zu zahlen, die 3 bis 26 Monate nach dem Kaufzeitpunkt fällig sind.
  - a) Bestimmen Sie bei einem Kalkulationszinssatz von  $\frac{1}{3}\%$  pro Monat den Barwert des Ratenkaufpreises zum Zeitpunkt der Fälligkeit der ersten Rate, d.h. 3 Monate nach dem Kaufzeitpunkt!
  - b) Bestimmen Sie bei gleichem Kalkulationszinssatz den Barwert des Ratenkaufpreises zum Kaufzeitpunkt!
  - c) (ZUSATZ) Ermitteln Sie die Barwerte des Ratenkaufpreises auch für einen Kalkulationszinssatz von 1,3% pro Monat! Welche Schlussfolgerung lässt sich aus dem Ergebnis ziehen?
8. Für die Anschaffung liegen zwei Finanzierungsangebote vor:  
A: sofortige Zahlung von 5000 € und Zahlung von 9000 € in 2 Jahren,  
B: sofortige Zahlung von 3000 € und Zahlung von 12500 € in 4 Jahren.
  - a) Ermitteln Sie die Barwerte beider Finanzierungsangebote zum Anschaffungszeitpunkt bei einem Kalkulationszinssatz von 7% p.a.! Welches Angebot ist bei diesem Kalkulationszinssatz günstiger?
  - b) Für welchen Kalkulationszinssatz sind die Barwerte beider Finanzierungsangebote zum Anschaffungszeitpunkt gleich?
9. Jemand erhält in einem Kalenderjahr jeweils am Monatsende eine Zahlung von 3000 €, außerdem Mitte Dezember ein Weihnachtsgeld von 2000 €. Das Geld wird nicht ausgegeben, sondern immer gleich auf einem Tagesgeldkonto mit einer Verzinsung von 0.25% pro Monat und monatlicher Zinsgutschrift angelegt. Am Jahresende wird das Guthaben abgehoben, welcher Betrag steht zur Verfügung?