

## Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

**Beispiel 2.29 (Vorwärtselimination)** (a) Wir setzen

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 4 & -2 & 0 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

und schreiben  $A\vec{x} = \vec{0}$  in der Form (**erweiterte Koeffizientenmatrix**)

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -2 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

**Ziel:** Spalte für Spalte Nullen unterhalb der Hauptdiagonalen zu erzeugen.

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -2 & 0 \\ \boxed{4} & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot (-1) \downarrow + \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ \boxed{3} & 7 & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \downarrow + \\ \Leftrightarrow & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & \boxed{7} & \frac{5}{2} & 0 \end{array} \right) \cdot \left(\frac{7}{2}\right) \downarrow + \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{19}{2} & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Ende der Vorwärtselimination: In der 3. Gleichung kommen  $x_1$  und  $x_2$  nicht vor. In der 2. Gleichung kommt  $x_1$  nicht vor.

(b) Modifiziertes Beispiel:

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ \boxed{4} & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot (-1) \downarrow + \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ \boxed{3} & 7 & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \downarrow + \\ \Leftrightarrow & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & \boxed{\frac{17}{2}} & \frac{5}{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{tauschen} \\ \text{tauschen} \end{array} \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & \frac{17}{2} & \frac{5}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

(c) Weiter modifiziertes Beispiel:

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ \boxed{4} & -2 & 0 & 0 \\ 3 & -\frac{3}{2} & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot (-1) \downarrow + \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ \boxed{3} & -\frac{3}{2} & 1 & 0 \end{array} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \downarrow + \\ \Leftrightarrow & \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{\frac{5}{2}} & 0 \end{array} \right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \downarrow + \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$