

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

Beispiel 3.16 (Vorschüssige Zeitrenten)

Der **Renten-Endwert** E_n^V ist derjenige Betrag, der zum Zeitpunkt n ein Äquivalent für die n zu zahlenden Raten darstellt. Zur Berechnung von E_n^V bestimmen wir die Endwerte der einzelnen Zahlungen mit $K_0 = r$. Entsprechend den unterschiedlichen Zahlungszeitpunkten werden die Raten der Höhe r über eine unterschiedliche Anzahl von Perioden aufgezinst. Anschließend werden alle Endwerte aufsummiert:

$$E_n^V = r q^n + r q^{n-1} + \dots + r q^2 + r q = r q (1 + q + \dots + q^{n-1}) = r q \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

unter Benutzung der Formel für die Partialsumme einer geometrischen Reihe (Beispiel 3.10 (a)).

Der **Renten-Barwert** B_n^V ist derjenige Betrag, der zum Zeitpunkt 0 einmalig angelegt werden müsste, um zum Zeitpunkt n den **Renten-Endwert** E_n^V zu erreichen. Man erhält ihn durch Abzinsen von E_n^V über n Zinsperioden:

$$B_n^V = q^{-n} E_n^V = \frac{r q}{q^n} \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{r}{q^{n-1}} \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Die Zahlen

$$\text{REF}^V = q \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{und} \quad \text{RBF}^V = \frac{1}{q^{n-1}} \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

heißen **vorschüssiger Renten-Endwertfaktor** bzw. **vorschüssiger Renten-Barwertfaktor**.