

## Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

### Beispiel 3.17 (Nachschüssige Zeitrenten)

Der **Renten-Endwert**  $E_n^N$  wird wieder durch Addition der  $n$  einzelnen Zahlungen errechnet. Da die Zahlungen hier am *Ende* der Periode erfolgen, erhält man

$$E_n^N = r q^{n-1} + r q^{n-2} + \dots + r q + r = r (1 + q + \dots + q^{n-1}) = r \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Der **Renten-Barwert**  $B_n^N$  ergibt sich wieder durch Abzinsen dieses Ausdrucks über  $n$  Zinsperioden:

$$B_n^N = q^{-n} E_n^N = \frac{r}{q^n} \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Die Zahlen

$$\text{REF}^N = \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{und} \quad \text{RBF}^N = \frac{1}{q^n} \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

heißen **nachschüssiger Renten-Endwertfaktor** bzw. **nachschüssiger Renten-Barwertfaktor**.

Die nachstehende Tabelle zeigt die Zusammenhänge zwischen **Bar-** und **Endwerten** von **vorschüssigen** (Beispiel 3.16) und **nachschüssigen Renten**:

	Vorschüssige Rente	Nachschüssige Rente
<b>Renten-Endwert</b>	$E_n^V = q^n \cdot B_n^V = r \cdot \text{REF}^V$	$E_n^N = q^n \cdot B_n^N = r \cdot \text{REF}^N$
<b>Renten-Barwert</b>	$B_n^V = q^{-n} \cdot E_n^V = r \cdot \text{RBF}^V$	$B_n^N = q^{-n} \cdot E_n^N = r \cdot \text{RBF}^N$

**Rechenbeispiel:** Ein Großvater zahlt für seine Enkelin jeweils zu Jahresende 1 200 € bei einer Bank ein. Auf welchen Betrag sind die Einzahlungen nach 15 Jahren bei 6,5% jährlicher Verzinsung angewachsen, und welchem Barwert entspricht dieses Guthaben?

Man erhält den Endwert

$$E_n^N = r \frac{1 - q^n}{1 - q} = 29\,018,60 \text{ €}$$

bei einer Gesamtsumme der Einzahlungen in Höhe von 18 000 €. Der Barwert beträgt

$$B_n^N = q^{-n} E_n^N = 11\,283,20 \text{ €}.$$

Alternativ könnte der Großvater also sofort 11 283,20 € anlegen, um nach 15 Jahren auf denselben Endwert zu kommen.