

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

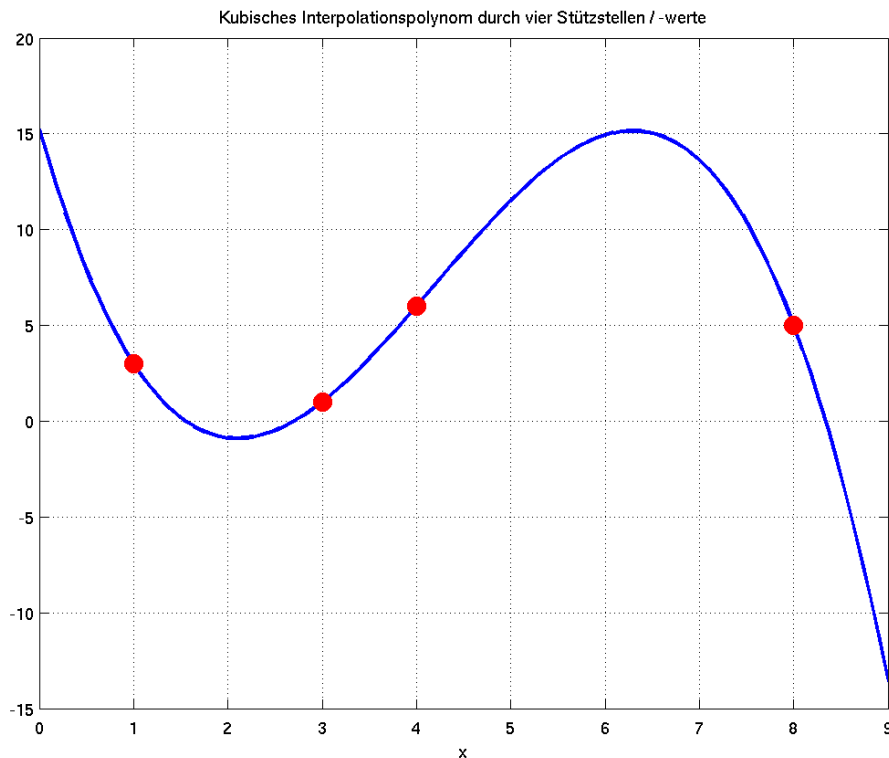
Aufgabe: Zu einer Anzahl von Punkten $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$, $i = 1, \dots, n$ (z.B. Paaren von Messwerten) soll ein Polynom bestimmt werden, dessen Graph die gegebenen Punkte **interpoliert**. Die Zahlen x_i heißen **Stützstellen** und die y_i **Stützwerte**.

Satz 4.10

Gegeben seien n Paare (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ mit verschiedenen Stützstellen $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$. Dann gibt genau ein **Interpolationspolynom** p_{n-1} vom Grad $\leq n-1$, das die Punkte interpoliert: $p_{n-1}(x_i) = y_i$.

Das Interpolationspolynom kann zum Beispiel in der **Lagrange-Form** berechnet werden:

$$p_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^n y_i \prod_{k=1, k \neq i}^n \frac{x - x_k}{x_i - x_k}$$



Das Bild zeigt das eindeutige kubische Interpolationspolynom durch die $n = 4$ Stützstellen und -werte

x_i	1	3	4	8
y_i	3	1	6	5