

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.1

Definition 4.13 (rechts- und linksseitige Grenzwerte)

Gegeben sei ein Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$ und ein Punkt $a \in I$ sowie $f : I \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$

- (a) Es sei a nicht der rechte Endpunkt von I . Falls für *jede* Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit der Eigenschaft $x_n > a$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ gilt: die Folge $(f(x_n))_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert gegen $c \in \mathbb{R}$, so heißt c der **rechtsseitige Grenzwert** von f für x gegen a . Man schreibt

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c \quad \text{oder} \quad \lim_{x \searrow a} f(x) = c.$$

- (b) Es sei a nicht der linke Endpunkt von I . Falls für *jede* Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit der Eigenschaft $x_n < a$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ gilt: die Folge $(f(x_n))_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert gegen $d \in \mathbb{R}$, so heißt d der **linksseitige Grenzwert** von f für x gegen a . Man schreibt

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = d \quad \text{oder} \quad \lim_{x \nearrow a} f(x) = d.$$

- (c) Falls die rechts- und linksseitigen Grenzwerte von f bei a existieren und übereinstimmen, so nennt man dies den **Grenzwert** von f für x gegen a und schreibt

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

Beachte: Der evtl. definierte Funktionswert $f(a)$ spielt beim Grenzwert keine Rolle!

- (d) Der rechtsseitige Grenzwert aus (a) kann auf den Fall $a = -\infty$ erweitert werden. Man schreibt dann:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = c.$$

- (e) Der linksseitige Grenzwert aus (b) kann auf den Fall $a = \infty$ erweitert werden. Man schreibt dann:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = d.$$