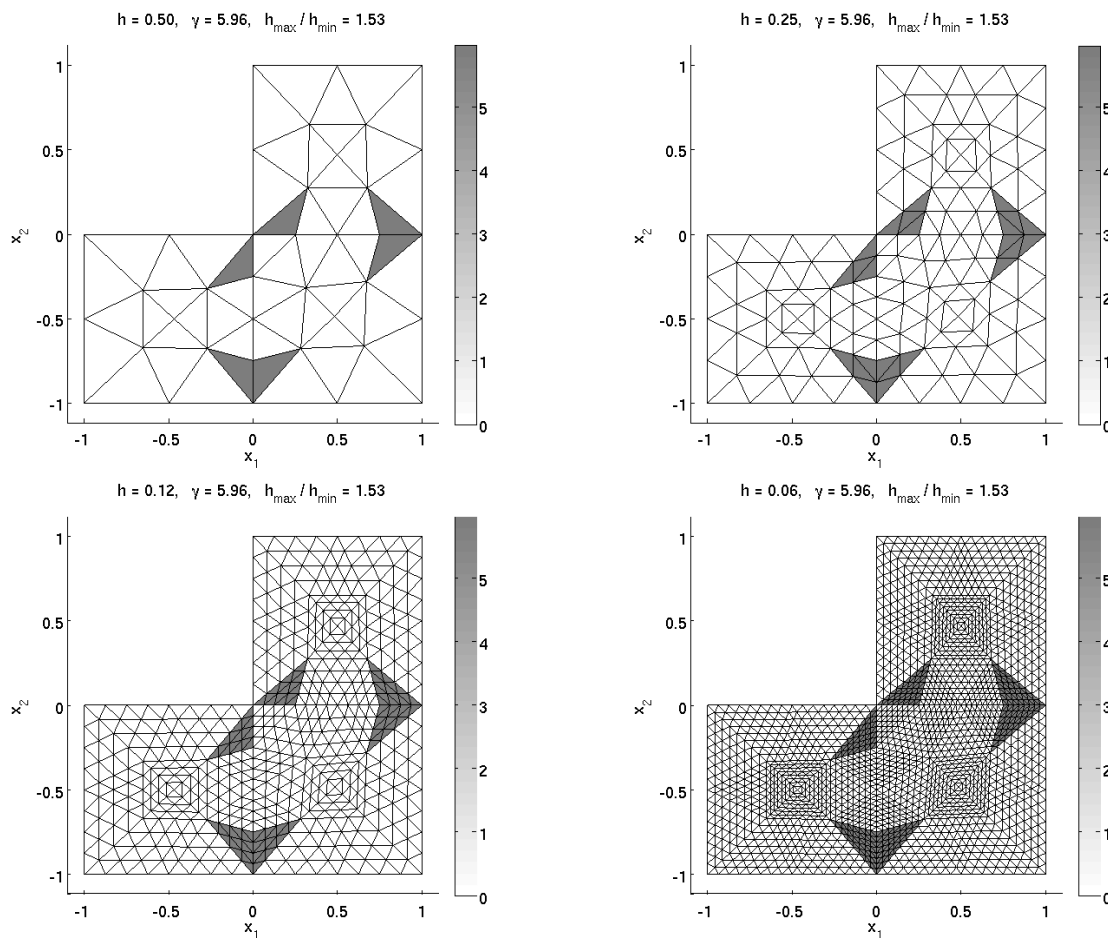


Numerik partieller Differentialgleichungen

Familien uniformer und quasi-uniformer Gitter

Fortlaufende uniforme Verfeinerung eines Ausgangsgitters

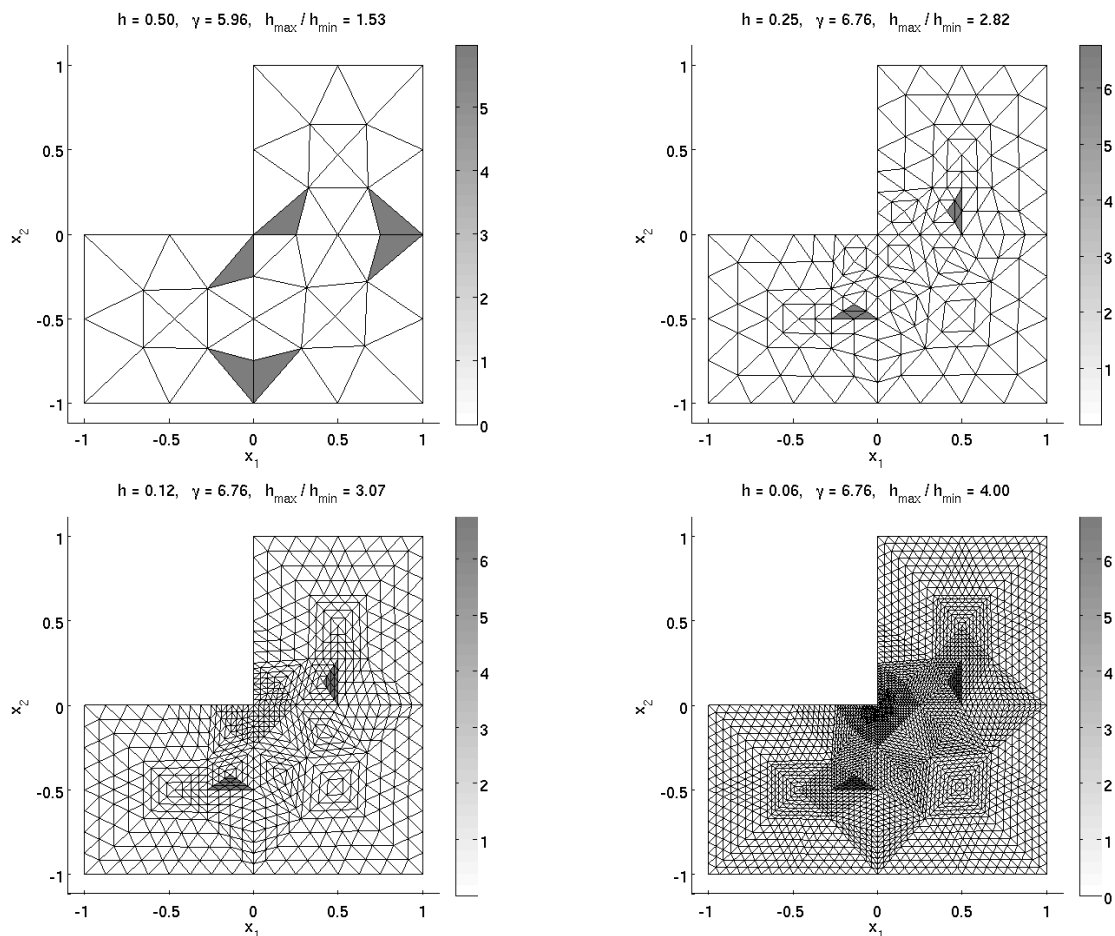
Bei fortlaufender uniformer Verfeinerung eines Ausgangsgitters bleiben die die Aspektverhältnisse aller Zellen beschränkt. Dasselbe gilt für die Verhältnisse von größtem zu kleinstem Durchmesser, also $\max_{K \in \mathcal{T}} h_K / \min_{K \in \mathcal{T}} h_K$, aller Zellen eines Gitters. Man erhält also auf diese Weise eine **uniforme Familie** von Gittern $\{\mathcal{T}_h\}_{h>0}$. Eingefärbt sind jeweils die Zellen, deren Aspektverhältnis γ_K den Wert $0.9 \max_{K \in \mathcal{T}} \gamma_K$ übersteigt.



level	$\max_{K \in \mathcal{T}} h_K$	$\min_{K \in \mathcal{T}} h_K$	Verhältnis	$\max_{K \in \mathcal{T}} \gamma_K$
1	5.00e-01	3.26e-01	1.53e+00	5.96e+00
2	2.50e-01	1.63e-01	1.53e+00	5.96e+00
3	1.25e-01	8.15e-02	1.53e+00	5.96e+00
4	6.25e-02	4.07e-02	1.53e+00	5.96e+00
5	3.13e-02	2.04e-02	1.53e+00	5.96e+00
6	1.56e-02	1.02e-02	1.53e+00	5.96e+00
7	7.81e-03	5.09e-03	1.53e+00	5.96e+00

Fortlaufende lokale und uniforme Verfeinerung eines Ausgangsgitters

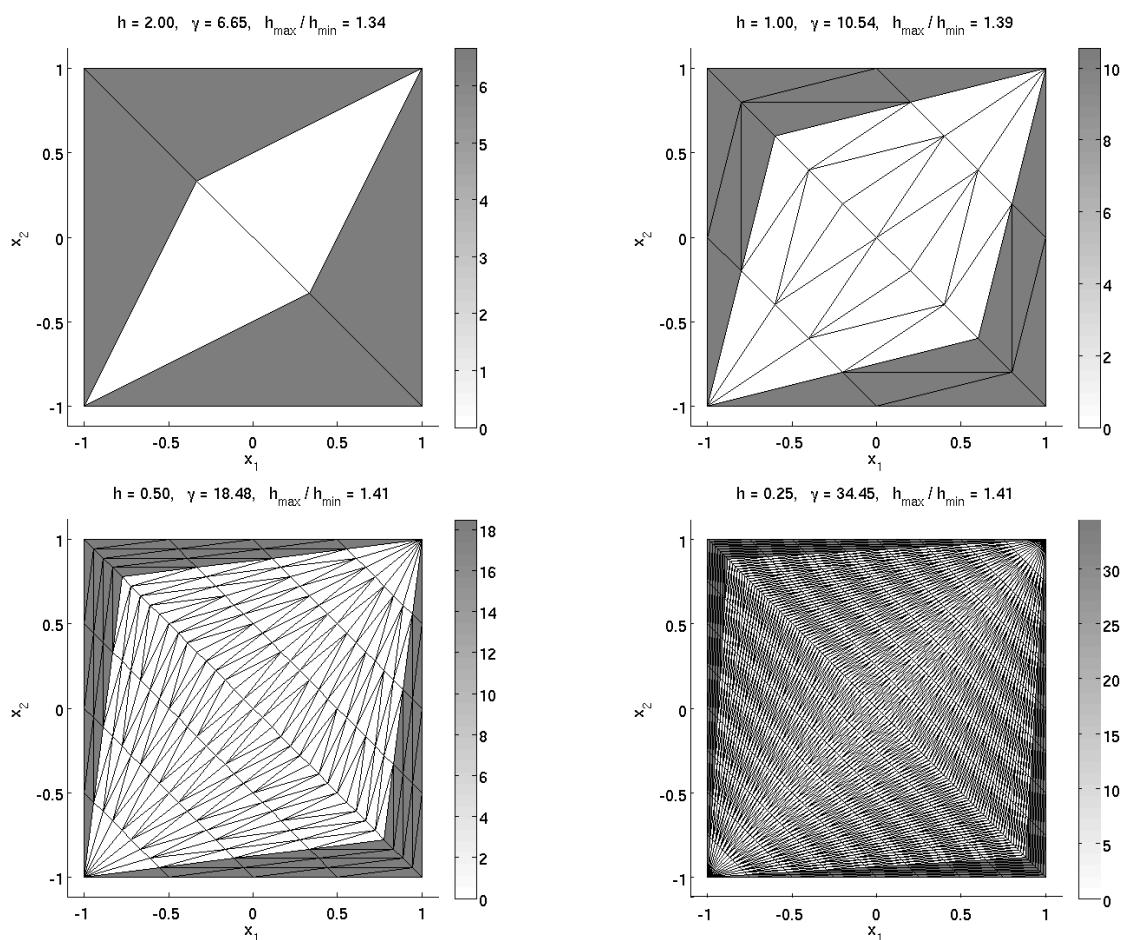
Auch in diesem Beispiel wird das Gitter von Stufe zu Stufe uniform verfeinert. Zusätzlich erfolgt jedoch noch eine lokale Verfeinerung in der Nähe der einspringenden Ecke. Wieder bleibt das Aspektverhältnis aller Zellen über die Gitter beschränkt. Aufgrund der fortlaufenden lokalen Verfeinerung gehen aber die Verhältnisse von größtem zu kleinstem Durchmesser der Zellen eines Gitters, also $\max_{K \in \mathcal{T}} h_K / \min_{K \in \mathcal{T}} h_K$, auseinander. Es entsteht eine **quasi-uniforme Familie** von Gittern $\{\mathcal{T}_h\}_{h>0}$, die **nicht uniform** ist.



level	$\max_{K \in \mathcal{T}} h_K$	$\min_{K \in \mathcal{T}} h_K$	Verhältnis	$\max_{K \in \mathcal{T}} \gamma_K$
1	5.00e-01	3.26e-01	1.53e+00	5.96e+00
2	2.50e-01	8.87e-02	2.82e+00	6.76e+00
3	1.25e-01	4.07e-02	3.07e+00	6.76e+00
4	6.25e-02	1.56e-02	4.00e+00	6.76e+00
5	3.13e-02	5.09e-03	6.14e+00	6.76e+00
6	1.56e-02	1.95e-03	8.00e+00	6.76e+00
7	7.81e-03	6.37e-04	1.23e+01	6.76e+00

Verfeinerung, die zu beliebig kleinen Winkeln führt

Dieses Beispiel ist so konstruiert, dass das maximale Aspektverhältnis von Stufe zu Stufe etwa linear wächst, sodass keine quasi-uniforme Familie entsteht. Die Verhältnisse von größtem zu kleinstem Durchmesser der Zellen eines Gitters, also $\max_{K \in \mathcal{T}} h_K / \min_{K \in \mathcal{T}} h_K$, bleiben dabei sogar beschränkt. Dazu werden zunächst entlang der Diagonale 2^{level} Punkte eingefügt, sodass die Winkel klein werden. Zusätzlich findet wieder eine uniforme Verfeinerung statt. Auf diese Art und Weise erhalten wir eine Familie $\{\mathcal{T}_h\}_{h>0}$ von Gittern, die **nicht quasi-uniform** ist.



level	$\max_{K \in \mathcal{T}} h_K$	$\min_{K \in \mathcal{T}} h_K$	Verhältnis	$\max_{K \in \mathcal{T}} \gamma_K$
1	2.00e+00	1.49e+00	1.34e+00	6.65e+00
2	1.00e+00	7.21e-01	1.39e+00	1.05e+01
3	5.00e-01	3.56e-01	1.41e+00	1.85e+01
4	2.50e-01	1.77e-01	1.41e+00	3.44e+01
5	1.25e-01	8.84e-02	1.41e+00	6.64e+01
6	6.25e-02	4.42e-02	1.41e+00	1.30e+02