Numerik partieller Differentialgleichungen

Clément-Quasi-Interpolation

Definition 16.2 **(Clément-Quasi-Interpolierende)**
Es sei $\mathcal{T}$ ein konformes Gitter und $\{(K, P_K, \Sigma_K)\}_{K\in\mathcal{T}}$ eine affine Familie von Lagrange-Elementen $\mathbb{P}_1$. Es sei $V_h \subset V = H_0^1(\Omega)$ der dazugehörige konforme Standard-FE-Raum mit den globalen Freiheitsgraden φ_j, die den Lagrange-Punkten a_j, $j = 1, \dots, M$ im Inneren von Ω zugeordnet sind.

(a) Sei Ω_j die Menge (**Patch**) der Zellen K, die a_j als Knoten haben.

(b) Sei $\Pi_j : V \to P_0(\Omega_j)$ die L^2-orthogonale Projektion auf die stückweise konstanten Funktionen auf dem Patch Ω_j, d.h.,

$$\Pi_j(v) = \frac{1}{|\Omega_j|} \int_{\Omega_j} v \, \mathrm{d}x.$$

(c) Die **Clément-Quasi-Interpolierende** ist definiert durch

$$\mathcal{I}_{Cl}(v) = \sum_{i=1}^{M} (\Pi_j(v))(x_j) \, \varphi_j \in V_h.$$

(d) Es seien Ω_K und Ω_E diejenigen Zellen, die an die Zelle K bzw. die Kante E anstoßen:

$$\Omega_K = \{K' \in \mathcal{T} : K \cap K' \neq \emptyset\}$$
$$\Omega_E = \{K' \in \mathcal{T} : E \cap K' \neq \emptyset\}.$$

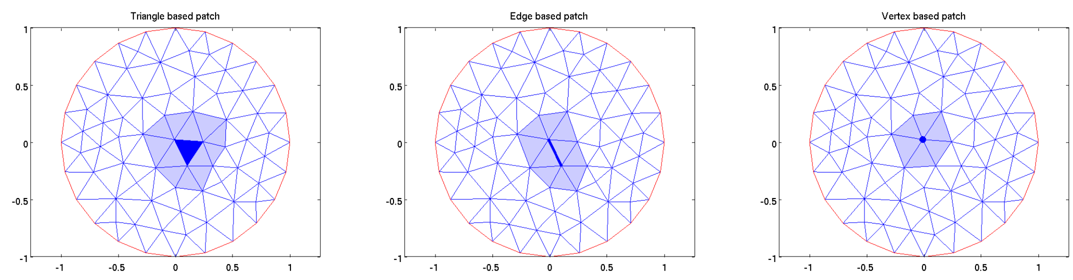

Abbildung 1: Beispiele der Patches Ω_K (links), Ω_E (Mitte) und Ω_j (rechts) bei der Clément-Interpolation