

## Numerik partieller Differentialgleichungen

### Ein erstes Finite-Elemente-Verfahren

**Idee des FE-Verfahrens:** Zerlege  $\Omega$  in einfache Teilgebiete. Approximiere  $V$  (z.B.  $H^1(\Omega)$ ) durch einen Raum  $V_h$  von *stückweise* Polynomen auf diesen Teilgebieten.

Wir wählen als Modellproblem wieder die homogene Dirichlet-Aufgabe (7.1), also in schwacher Formulierung:

$$\text{Finde } u \in V = H_0^1(\Omega) \text{ mit } \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx = \int_{\Omega} f v \, dx \quad \text{für alle } v \in H_0^1(\Omega). \quad (9.1)$$

Wir zerlegen („**triangulieren**“)  $\bar{\Omega} = [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$  in regelmäßige Dreiecke  $T_1, T_2, \dots, T_{N_T}$  mit  $h =$  Länge der Katheten.

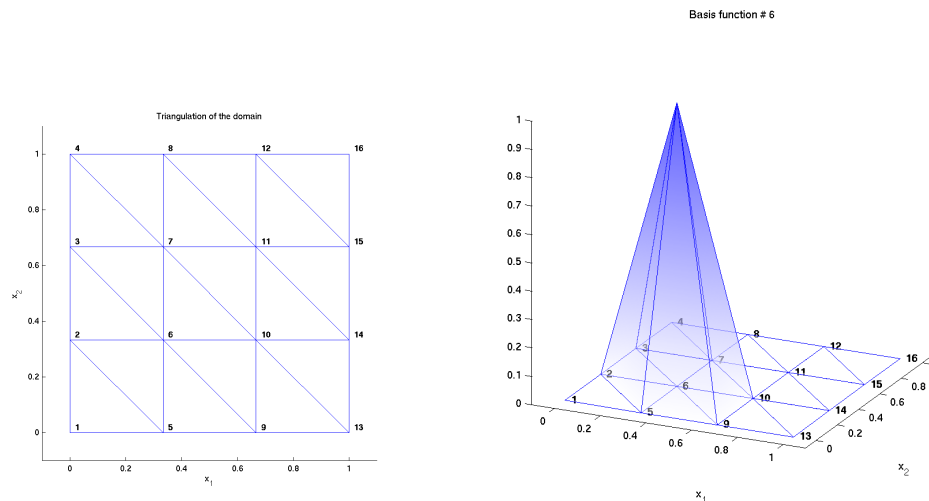


Abbildung 1: Triangulierung des Einheitsquadrates (mit  $h = 1/3$ ) und eine Basisfunktion

Als Ansatzraum wählen wir stückweise lineare Polynome

$$V_h := \{v \in C(\bar{\Omega}) : v|_{T_i} \text{ ist lineares Polynom, } v|_{\Gamma} = 0\}.$$

**Beachte:** Die Eigenschaft  $V_h \subset V = H_0^1(\Omega)$  folgt später aus einem allgemeineren Resultat (Satz 11.6).