

3. Wiederholerübung Höhere Mathematik 1.1

Vektoren im \mathbb{R}

1. a) Zeigen Sie, dass der Vektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ Linearkombination, der Vektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ hingegen keine

Linearkombination der Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ ist.

- b) Bei einem Bäcker soll ein Kunde für 1 Brot und 12 Brötchen 5€, ein zweiter Kunde für 2 Brote und 4 Brötchen 4€ und ein dritter Kunde für 1 Brot und 8 Brötchen ebenfalls 4€ bezahlen. Warum kann das nicht sein?

2. Handelt es sich bei folgenden Mengen um Unterräume des \mathbb{R}^2 : $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \right\}$,

$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \right\}$, $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ 2x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \right\}$, $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ 2x+3 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} \right\}$?

3. Ist das folgende System von Vektoren linear unabhängig?

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$$

4. Bestimmen Sie die Dimension der linearen Hülle folgender Vektoren in Abhängigkeit von a !

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ -16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$$

5. Gegeben seien die Vektoren $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Länge der Vektoren und überprüfen Sie die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung!

6. Welche dieser Paare von Vektoren sind orthogonal?

$$a) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad c) \begin{pmatrix} a \\ -b \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$$