

## Höhere Mathematik I.2

### Übung 3: Newtonverfahren, Fehlerrechnung, Differenzial, Elastizität

- Lösen Sie die Gleichung  $x = \cos x$  mithilfe des Newtonverfahrens!
- Wenden Sie zur Bestimmung einer Nullstelle der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$  das Newtonverfahren mit den Startwerten  $x_0^{(a)} = 1$  und  $x_0^{(b)} = 0$  an! Kommentieren Sie das Ergebnis!
- Wie in Übung 2, Aufgabe 4 wird ein Fahrzeug betrachtet, das sich nach  $s(t) = 20 + 10t + 100t^2 - 30t^3$  bewegt. Dabei wird der Weg  $s$  in Kilometern, die Zeit  $t$  in Stunden gemessen.
  - Geben Sie das Differenzial von  $s$  bezüglich  $t$  zum Zeitpunkt  $t = 1$  an! Welche Strecke würde das Fahrzeug in 1, 6, 30 bzw. 60 Minuten zurücklegen, wenn es die Geschwindigkeit, mit der es nach einer Stunde fährt, beibehalten würde?
  - Vergleichen Sie die in a) berechneten Werte des Differenzials mit den tatsächlichen Wegänderungen!
  - Die Zeit  $t$  sei mit einer Genauigkeit von 5 Minuten zu  $t = 1$  bestimmt. Schätzen Sie mithilfe des Differenzials den Fehler bei der Bestimmung von  $s(t)$  ab!
- Die vom Preis  $p$  abhängige Nachfragefunktion eines Produktes laute  $N(p) = \frac{20000}{2p+3}$ . Ermitteln Sie für einen Preis von  $p = 2$  die Auswirkungen einer Preiserhöhung von 1 % mit Hilfe der Elastizität sowie exakt!
- Wie errechnet sich der Radius einer Kugel (Körper), wenn Masse und Dichte bekannt sind?
  - Eine Kugel besteht aus einer Metalllegierung mit einer Dichte von  $(8 \pm 0.1)$  g/cm<sup>3</sup> und wiegt 2 kg. Schätzen Sie den absoluten und den relativen Fehler bei der Bestimmung des Radius aus diesen Angaben ab!
- Die Abhängigkeit einer Größe von einer anderen wird als „elastisch“ bezeichnet, wenn sie sich relativ stärker ändert als die andere, d.h., wenn die Elastizität betragsmäßig größer als 1 ist.  
Sei  $x > 0$ . Berechnen Sie die Elastizität der Funktion  $f(x) = 2x - \frac{3}{2} + \frac{1}{x}$ ! Wo ist die Funktion elastisch? Skizzieren Sie die Funktion und ihre Elastizitätsbereiche!