

Höhere Mathematik I.2

Übung 1: Funktionen, Interpolation

1. Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungsvorschriften um Funktionen:

a) Mütter \longrightarrow Kinder, b) Kinder \longrightarrow Mütter, c) $y = \begin{cases} 3x - 1, & x \leq 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$,

d) $y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$, e) $x^2 + 4x + y^2 - 6y = 3$, f) $y = \min(0, x + 1, x^2 - 1)$?

Wenn ja, sind die Funktionen umkehrbar? Geben Sie ggf. Definitions-, Werte- und Monotoniebereiche sowie die Umkehrfunktion an! Wenn nein, durch welche Einschränkungen könnten durch die Vorschriften Funktionen definiert werden?

2. Sei $f(x) = 2x + 3$ und $g(x) = x^2 - 2x - 24$. Ermitteln Sie die Funktionen $(f \circ g)(x)$ und $(g \circ f)(x)$ sowie die Definitions- und Wertebereiche von f , g , $f \circ g$ und $g \circ f$!

3. Für die Größen x und y liegen folgende Werte vor:

x	4	5	8
$y(x)$	0	24	60

(z.B. erfüllt von $y(x) = 120 - \frac{480}{x}$).

a) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch lineare Interpolation aus $y(5)$ und $y(8)$!

b) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch quadratische Interpolation aus $y(4)$, $y(5)$ und $y(8)$!

Bestimmen Sie dabei die Interpolationspolynome durch Lagrange-Interpolation! Wie könnten die Polynome alternativ bestimmt werden?

4. Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1}$, $x \geq 0$ umkehrbar ist, bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion und deren Definitionsbereich!