

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.2

Beispiel 4.40

Die Wurzelfunktion hat folgende Ableitungen an der Stelle $a = 1,96$:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x} = x^{1/2} & f(a) &= \sqrt{a} = 1,4000 \\ f'(x) &= \frac{1}{2} x^{-1/2} & f'(a) &= \frac{1}{2} a^{-1/2} = 0,3571 \\ f''(x) &= -\frac{1}{4} x^{-3/2} & f''(a) &= -\frac{1}{4} a^{-3/2} = -0,0911 \\ f^{(3)}(x) &= \frac{3}{8} x^{-5/2} & f^{(3)}(a) &= \frac{3}{8} a^{-5/2} = 0,0697 \\ f^{(4)}(x) &= -\frac{15}{16} x^{-7/2} & f^{(4)}(a) &= -\frac{15}{16} a^{-7/2} = -0,0889. \end{aligned}$$

Es ist also das vierte Taylorpolynom von $f(x)$ mit der Entwicklungsstelle $a = 1,96$

$$\begin{aligned} T_4(x; 1,96) &= 1,4000 + \underbrace{\frac{0,3571}{1}(x - 1,96) - \frac{0,0911}{2}(x - 1,96)^2}_{\text{vergleiche Beispiel 4.21}} \\ &\quad + \frac{0,0697}{6}(x - 1,96)^3 - \frac{0,0889}{24}(x - 1,96)^4. \end{aligned}$$

