

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.2

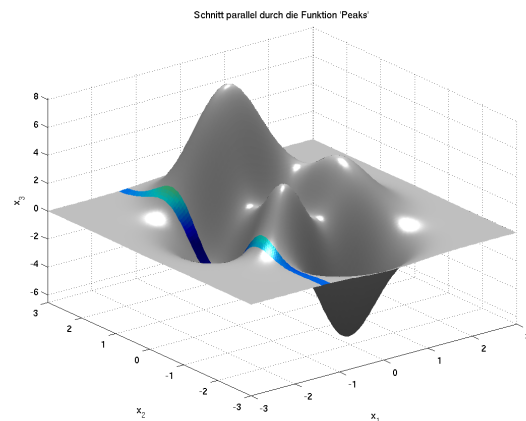
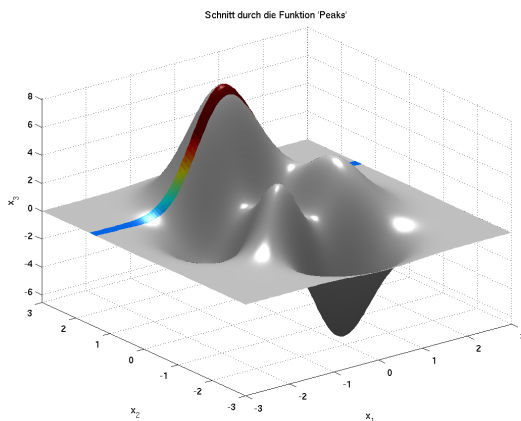
Gegeben ist die Funktion aus Beispiel 7.2:

$$f(x_1, x_2) = 3(1 - x_1)^2 \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2) - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) \exp(-x_1^2 - x_2^2) - \frac{1}{3} \exp(-(x_1 + 1)^2 - x_2^2).$$

Wir fixieren einen Punkt $\vec{a} = (a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2$ und betrachten die **partiellen Funktionen** entlang der x_1 -Achse bzw. der x_2 -Achse:

$$\mathbb{R} \ni x_1 \mapsto f(x_1, a_2) \in \mathbb{R},$$

$$\mathbb{R} \ni x_2 \mapsto f(a_1, x_2) \in \mathbb{R}$$



Beispiel 7.7

Wir berechnen die partiellen Ableitungen der obigen Funktion. Für die partielle Ableitung $\partial f(x_1, x_2)/\partial x_1$ denken wir uns x_2 konstant und leiten nach x_1 ab:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} &= -6(1 - x_1) \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2) + 3(1 - x_1)^2 \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2)(-2x_1) \\ &\quad - 10\left(\frac{1}{5} - 3x_1^2\right) \exp(-x_1^2 - x_2^2) - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) \exp(-x_1^2 - x_2^2)(-2x_1) \\ &\quad - \frac{1}{3} \exp(-(x_1 + 1)^2 - x_2^2)(-2(x_1 + 1)). \end{aligned}$$

Für die partielle Ableitung $\partial f(x_1, x_2)/\partial x_2$ denken wir uns x_1 konstant und leiten nach x_2 ab:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} &= 3(1 - x_1)^2 \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2)(-2(x_2 + 1)) \\ &\quad - 10(-5x_2^4) \exp(-x_1^2 - x_2^2) - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) \exp(-x_1^2 - x_2^2)(-2x_2) \\ &\quad - \frac{1}{3} \exp(-(x_1 + 1)^2 - x_2^2)(-2x_2). \end{aligned}$$