

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.2

Frage: Wie kann man Nullstellen einer diffbaren Funktion $f(x) = 0$ bestimmen? Wir legen im Punkt x_0 (Schätzung der Nullstelle von f) die Tangente an die Funktion und bestimmen *deren* Nullstelle:

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Im **Newton-Verfahren** dient die Nullstelle der Tangente als nächste Schätzung x_1 der Nullstelle von f usw.:

- 1: Setze $n := 0$
- 2: Wähle einen Startwert x_0
- 3: **while** $|f(x_n)| > \varepsilon$ **do**
- 4: Berechne $x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
- 5: Setze $n := n + 1$
- 6: **end while**

Beispiel 4.27

Bestimmung der Nullstelle von $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$: Ausgehend vom Startwert $x_0 = -4$ erzeugt das Newton-Verfahren folgende Iterierte (korrekte Nachkommastellen sind unterstrichen):

n	x_n	$f(x_n)$
0	-4.000000000000000	-55.000000000000000
1	-2.69047619047619	-16.61773836518735
2	-1.78413817371242	-5.06430500889450
3	-1.14960657606113	-1.49693249686015
4	-0.74123041640946	-0.34028699346109
5	-0. <u>58411252385808</u>	-0.02632946418370
6	-0. <u>56992132285406</u>	-0.00014865543482
7	-0. <u>56984029353807</u>	-0.00000000465960
8	-0. <u>56984029099805</u>	-0.00000000000000

