

Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.2

Beispiel 7.22 (Extremwerte von Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$)

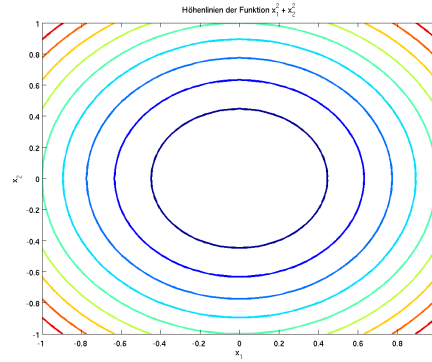
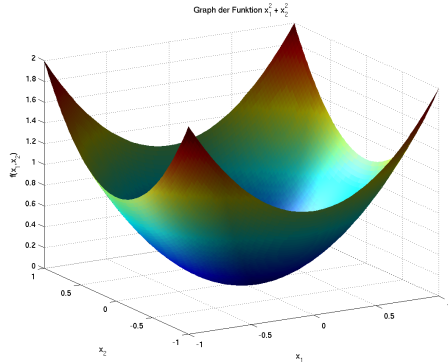
(a)

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow \text{grad } f(x_1, x_2) = 2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Einziger stationärer Punkt ist $\vec{a} = (0, 0)^\top$. Die Hesse-Matrix ist

$$H(\vec{a}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \det(H(\vec{a})) = 4.$$

Nach Folgerung 7.21 ist $H(\vec{a})$ positiv definit, also ist $\vec{a} = (0, 0)^\top$ ein lokales Minimum



(b)

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 \Rightarrow \text{grad } f(x_1, x_2) = 2 \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_2 \end{pmatrix}.$$

Einziger stationärer Punkt ist wieder $\vec{a} = (0, 0)^\top$. Die Hesse-Matrix ist

$$H(\vec{a}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \det(H(\vec{a})) = -4.$$

Nach Folgerung 7.21 ist $\vec{a} = (0, 0)^\top$ ein Sattelpunkt, also keine Extremstelle.

