Höhere Mathematik für Bachelorstudiengänge I.2

Satz 4.37
Sei I ein offenes Intervall, $f : I \to \mathbb{R}$ diffbar und $x_0 \in I$. Wenn $f'(x_0) = 0$ gilt und $f'(x)$ unmittelbar links von x_0 negativ und unmittelbar rechts von x_0 positiv ist, dann ist x_0 ein lokales Minimum.
Das ist zum Beispiel dann der Fall, wenn $f''(x)$ existiert und stetig ist und $f''(x_0) > 0$ gilt (d.h., die erste Ableitung $f'(x)$ wächst in der Nähe von x_0, siehe Satz 4.33).

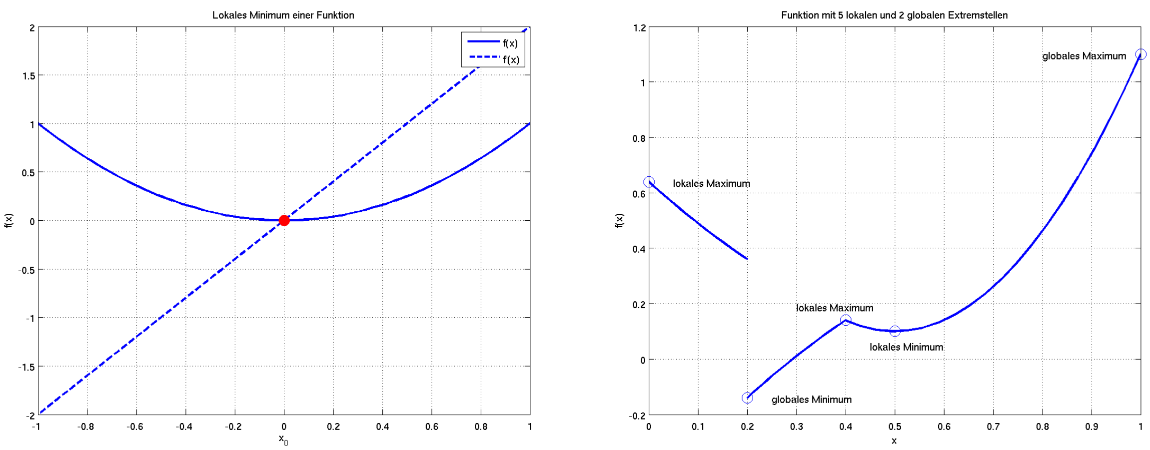

Abbildung 1: Links: Beispiel zu Satz 4.37. Die erste Ableitung (gestrichelt) ist links von x_0 negativ und rechts von x_0 positiv. Also ist x_0 ein lokales Minimum. Rechts: Funktion mit 5 lokalen und 2 globalen Extremstellen

Bemerkung (Kandidaten für Extremalstellen)
Kandidaten für Extremalstellen sind:

(a) die Randpunkte des Definitionsbereiches $D(f)$,

(b) die Punkte in $D(f)$, in denen f nicht diffbar ist,

(c) die Punkte im Inneren des Definitionsbereiches $D(f)$, an denen $f'(x) = 0$ gilt. (Solche Punkte heißen **stationäre Punkte**.)