Gewöhnliche Differentialgleichungen

Sommersemester 2005 **Dr. D. Lenz**

Blatt 5

(1) Sei $f : \mathbb{R} \times \mathbb{C}^m \longrightarrow \mathbb{C}^m$ eine stetige Funktion mit der Eigenschaft, daß die Menge der Lösungen von
$$y' = f(x, y)$$
einen Vektorraum bildet. Zeigen Sie, daß dann für jedes $x \in \mathbb{R}$ die Abbildung
$$f(x, \cdot) : \mathbb{C}^m \longrightarrow \mathbb{C}^m,\ v \mapsto f(x, v),$$
linear ist.

(2) Zeigen Sie:

(a) Ist $Y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}^{m\times m}$ stetig differenzierbar und $Y(x)$ invertierbar für jedes $x \in \mathbb{R}$, dann ist auch
$$Z : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}^{m\times m},\ \ Z(x) := Y(x)^{-1},$$
stetig differenzierbar, und es gilt
$$Z'(x) = -Z(x)Y'(x)Z(x).$$

(b) Sei nun $A : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}^{m\times m}$ stetig und Y die Lösungsmatrix von
$$y' = A(x)y$$
zu einem gegebenen $x_0 \in \mathbb{R}$. Dann ist $(Y(\cdot)^{-1})^t$ die Lösungsmatrix des transponierten Systems
$$z' = -A(x)^t z.$$

(3) Bestimmen Sie die Lösungsmatrix von
$$y' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} y$$
zum Anfangspunkt $x_0 = 0$ mithilfe des Picardschen Iterationsverfahrens.

Besprechung am 28. 06. 2005 (Dienstag)