Analysis III

Wintersemester 2004/05 **Dr. D. Lenz**

Blatt 12

(1) Sei $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{C}$ gegeben. Zeigen Sie: Sind f und $|f|$ im Unendlichen Riemann-integrierbar, so ist f Lebesgue-integrierbar.

(2) Sei $\mathcal{R}$ ein Mengenring auf der Menge X und μ ein Prämaß auf $\mathcal{R}$. Man zeige: Jedes $f \in \mathcal{L}_1(X, \mathcal{R}, \mu)$ lässt sich in der Form

$$f = f_1 - f_2 + i(f_3 - f_4)$$

schreiben, wobei für jedes f_j eine nicht fallende $\|\cdot\|_1-$Cauchyfolge $(g_n^{(j)})$ aus $E(X, \mathcal{R})$ existiert mit $g_n^{(j)}(x) \to f_j(x)$ $\mu-$f.ü..

(3) Sei $\mathcal{R}$ ein Mengenring auf der Menge X und μ ein Prämaß auf $\mathcal{R}$. Zeigen Sie, daß eine Teilmenge M von X genau dann eine μ-Nullmenge ist, wenn ihre charakteristische Funktion χ_M integrierbar ist und $\int \chi_M d\mu = 0$ gilt.

Abgabe: am 25.01.2005 (Dienstag) in der Vorlesung