

---

# Prüfungsfragen (Beispiele)

## Analysis I

Wintersemester 2006/2007

PD Dr. Daniel Lenz

---

Die folgenden Fragen sollen als Orientierungshilfe für die anstehenden mündlichen Prüfungen dienen. Sämtliche Antworten sind vollständig zu begründen, wo möglich sollen Beispiele gegeben werden. Unabhängig von diesen Fragen empfiehlt es sich natürlich, die wichtigsten Sätze jedes Kapitels herauszufiltern und die zugehörigen Beweisstrukturen eingehend zu analysieren.

- (1) Wie ist das Supremum einer Menge  $M$  reeller Zahlen definiert? Besitzt jedes  $M$  ein Supremum? Ist das Supremum von  $M$  stets Element von  $M$ ?
- (2) Wann heißt ein metrischer Raum vollständig? Geben Sie (Gegen-) Beispiele! Warum ist  $\mathbb{R}$  vollständig?
- (3) Wann heißt eine Folge reeller Zahlen konvergent? Geben Sie (Gegen-) Beispiele.
- (4) Was ist eine Reihe? Was bedeutet Konvergenz bzw. absolute Konvergenz?
- (5) Zeigen Sie, welche geometrischen Reihen konvergieren. Wie wird dies für die Herleitung von Konvergenzkriterien benutzt?
- (6) Wie ist die Exponentialfunktion definiert, und was sind ihre Eigenschaften?
- (7) Was besagt der Satz von Bolzano-Weierstraß? Skizzieren Sie einen Beweis mittels Intervallschachtelung. Welcher ähnliche Zusammenhang gilt für total beschränkte Mengen in einem metrischen Raum und wieso?
- (8) Was besagt das "Archimedische Axiom"? Wie hängt es mit der Konvergenz einer wichtigen Folge zusammen? Wie kann man es beweisen?
- (9) Wann heißt eine Menge in einem metrischen Raum offen, abgeschlossen? Was gilt für Vereinigung bzw. Durchschnitt solcher Mengen? Beweis?
- (10) Wann heißt eine Abbildung zwischen zwei metrischen Räumen stetig? Illustrieren Sie den Begriff für reelle Funktionen! Pathologische Fälle!
- (11) Was machen stetige Funktionen mit konvergenten Folgen? Wieso?
- (12) Was machen stetige Funktionen mit zusammenhängenden Mengen? Weshalb?
- (13) Was machen stetige Funktionen mit kompakten Mengen? Warum?
- (14) Was besagt der Zwischenwertsatz und wie beweist man ihn?
- (15) Warum nehmen stetige Funktionen auf Kompakta Maximum und Minimum an?
- (16) Was bedeutet kompakt, folgenkompakt, total beschränkt? Wie hängen diese Begriffe zusammen?
- (17) Warum ist der Logarithmus stetig, differenzierbar? Formulieren Sie ein allgemeineres Prinzip.
- (18) Wann heißt eine Funktion (an einer Stelle) differenzierbar? Malen Sie ein vielsagen-des Bild.
- (19) Ableitungsregeln?!
- (20) Wie lassen sich Monotonieeigenschaften differenzierbarer Funktionen mit Hilfe der Ableitung ausdrücken?
- (21) Was besagt der Satz von Rolle? Skizzieren Sie den Beweis und geben Sie Anwendungen.
- (22) Welches ist Ihr liebster griechischer Buchstabe? (Beweis?).