

Prüfungskomplexe - Maßtheorie - WS 2011/2012

1. Sprechen Sie über Semiring, Ring, Algebra, σ -Algebra und monotonen Mengensystem als algebraische Strukturen bei Mengensystemen (Definitionen und elementare Eigenschaften)! Geben Sie Beispiele an!
2. Sprechen Sie über wichtige Eigenschaften von Mengenfunktionen (Additivität, Volladditivität, Subvolladditivität)! Geben Sie Beispiele an!
3. Sprechen Sie über die Konstruktion von Maßen unter Verwendung des äußeren Maßes!
4. Entwickeln Sie ausgehend vom Inhaltsbegriff und vom Semiring der halboffenen endlichen Intervalle den Begriff des Lebesgue-Maßes und der entsprechenden σ -Algebra der Lebesgue-messbaren Mengen in \mathbb{R} !
5. Sprechen Sie über den Fortsetzungssatz von Hahn und seine Ergänzung!
6. Definieren Sie den Begriff der messbaren Funktion und geben Sie Beispiele an!
7. Was ist ein Maßraum? Geben Sie Beispiele an!
8. Geben Sie eine Definition des Begriffes der Treppenfunktion und sprechen Sie über deren Anwendung bei der Definition des Lebesgue-Integrals!
9. Definieren Sie den Begriff des Lebesgue-Integrals (incl. Version für beschränkte Funktionen). Sprechen Sie über dessen Existenz und Eigenschaften!
10. Vergleichen Sie das Lebesgue-Integral mit dem Riemann-Integral und dem uneigentlichen Riemann-Integral. Geben Sie Beispiele an!
11. Diskutieren Sie die Sätze von Beppo Levi, Fatou und Lebesgue (Grenzwertsätze für Integrale)!
12. Sprechen Sie über Konvergenz dem Maße nach (Definition und Zusammenhänge zur Konvergenz fast überall).
13. Sprechen Sie zu den vier Arten der Konvergenz von Funktionenfolgen: Gleichmäßige Konvergenz, punktweise Konvergenz, Konvergenz fast überall, Konvergenz dem Maße nach und deren Zusammenhänge!
14. Sprechen Sie zu den L^p -Räumen (Definition, für welche p sinnvoll, Eigenschaften der Räume, wichtige Ungleichungen, Verallgemeinerung in Richtung Sobolevräume)!
15. Sprechen Sie zur Integration in Produkträumen. Was ist ein Produktmaß? Sprechen Sie über das Lebesgue-Maß für Mengen des \mathbb{R}^n !
16. Erläutern Sie den Satz von Fubini und seine Bedeutung!
17. Sprechen Sie zum Satz von Radon-Nikodym!