Technische Universität Chemnitz
S. Reiß

Chemnitz, 06. Januar 2012

Grundlagen der Optimierung
Übung 10

1. Sei $C \subseteq \mathbb{R}^n$, $C \neq \emptyset$ eine abgeschlossene konvexe Menge. Die Indikator-Funktion $\iota_C \in \operatorname{Conv}\mathbb{R}^n$ hat den Wert $\iota_C(x) = 0$ für $x \in C$ und ∞ sonst.

   Bestimme das Subdifferential $\partial \iota_C(x)$ für $x \in \operatorname{dom} \iota_C$.

2. Beschreibe für die gegebenen $g_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ die Menge der aktiven Indizes $\mathscr{A}(\bar{x})$, den linearisierten Tangentialkegel $\mathscr{T}_P(\bar{x})$ und den Normalenkegel $N_{\mathscr{X}}(\bar{x})$ an die zulässige Menge $\mathscr{X} = \{x : g_i(x) \leq 0\}$.

   (a)

$$\mathbb{R}^2 : \ \bar{x} = (4,1)^T, \quad \begin{array}{ll} g_1(x) = x_1 + 2x_2 - 6, & g_4(x) = -x_1 + 2x_2 - 8, \\ g_2(x) = -x_2 - 3, & g_5(x) = -x_1 - x_2 - 4, \\ g_3(x) = x_1 - 4, & g_6(x) = x_1 - x_2 - 3 \end{array}$$

   (b)

$$\mathbb{R}^3 : \ \bar{x} = (0,3,0)^T, \quad \begin{array}{ll} g_1(x) = \langle x, x \rangle - 9, & g_3(x) = -x_1 - 2, \\ g_2(x) = x_1 + 3x_2 - x_3 - 12, & g_4(x) = -x_2 + 3 \end{array}$$