Technische Universität Chemnitz
S. Reiß

Chemnitz, 18. Oktober 2011
Abgabe: 28. Oktober 2011

Grundlagen der Optimierung
Übung 3

1. Eine Firma möchte Investieren wofür ihr sieben Möglichkeiten zur Verfügung stehen. Diese unterscheiden sich einmal bezüglich des langfristig geschätzten Gewinns, den diese abwerfen werden, und zum anderen im erforderlichen Kapitalbedarf, wie dies in der folgenden Tabelle zu sehen ist:

	Investitionsalternativen						
	1	2	3	4	5	6	7
Gewinn	17	10	15	19	7	13	9
Kapitaleinsatz	43	28	34	48	17	32	23

Der zur Verfügung stehende Gesamtbetrag für diese Investitionen beträgt 100 GE. Die Anlagenalternativen 1 und 2 schließen sich gegenseitig aus, ebenso verhalten sich 3 und 4 zueinander. Zudem kann 3 nicht realisiert werden, wenn nicht zugleich 1 oder 2 ausgeführt wird. Dies trifft auch auf 4 zu. Für die anderen Investitionsalternativen gibt es keine Einschränkungen. Worin soll investiert werden?

   (a) Modelliere obiges Problem als lineares ganzzahliges Programm. (3 Punkte)

   (b) Löse die Aufgabe mit dem NEOS-Solver MINTO. Nutze das AMPL-Interface. Schicke die Dateien zur Modellierung und den Printout des Solvers an
   `susanna.reiss@mathematik.tu-chemnitz.de`
   (Betreff: HA-Optimierung)! (3 Punkte)

2.

				1
			3	
	5	2		0
	5			
		3		

In obigem Gitter sind Diamanten versteckt. Jeder Diamant befindet sich in einem der leeren Felder. Jedes leere Feld enthält höchstens einen Diamanten. Felder mit Zahlen geben an, wieviele benachbarte Felder - einschließlich der diagonal angrenzenden - Diamanten enthalten. Leere Felder ohne benachbarte Zahlenfelder enthalten keinen Diamanten. Gesucht ist eine gültige Verteilung der Diamanten.

   (a) Modelliere das Problem für $(n \times m)$-Gitter mit den eingetragenen Zahlen $(a_{ij})_{i=1,j=1}^{n,m} \in \{0,\dots,8,\text{leer}\}^{n\times m}$ als Optimierungsaufgabe.
   Tipp: Benutze Mengen

$$S := \{(i,j) \in \{1,\dots,n\} \times \{1,\dots,m\} \mid a_{ij} \in \{0,\dots,8\}\}$$

und

$$\bar{S} := \{(i,j) \in \{1,\dots,n\} \times \{1,\dots,m\} \mid a_{ij} = \text{leer}\}.$$

In Feldern aus S muss die Nachbarschaftsbedingung erfüllt sein, in Feldern aus $\bar{S}$ darf sich höchstens ein Diamant befinden. (3 Punkte)

(b) Löse obiges Gitter mit dem NEOS-Solver MINTO. Nutze das AMPLInterface. Schicke die Dateien zur Modellierung und den Printout des Solvers an

`susanna.reiss@mathematik.tu-chemnitz.de`

(Betreff: HA-Optimierung)! (3 Punkte)

3. Formuliere folgende Probleme als lineare Programme (nicht notwendig in Normalform):

(a)

$$\begin{aligned} &\min_{x \in \mathbb{R}^n} \ \max\{c_1^\top x, c_2^\top x, \dots, c_m^\top x\} \\ &\text{so dass} \ \ x \geq 0, \end{aligned}$$

mit $c_i \in \mathbb{R}^n$ $(i = 1,\dots,m)$. (3 Punkte)

(b) affin lineare Approximation der Punkte $(x_k, y_k) \in \mathbb{R}^2$ (in Maximum- sowie in Summennorm) mit $k = 1,\dots,m$, d.h.

$$\min_{a,b \in \mathbb{R}} \left\| \begin{pmatrix} ax_1 + b \\ \vdots \\ ax_m + b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} \right\|_p$$

mit $p \in \{1, \infty\}$. (3 Punkte)

4. Bestimme den Minimalwert der Zielfunktion $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots + nx_n$ unter den Nebenbedingungen $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_i \geq i \quad \forall i = 1,\dots,n$ und $x_i \geq 0 \quad \forall i = 1,\dots,n$. (2 Punkte)