

## Grundlagen der Optimierung Übung 1

### 1. Linear Program:

Ein Zweitaktmotor wird mit einem Öl-Benzin-Gemisch betrieben. Dabei ist zu beachten, dass dieses Gemisch mindestens 4 Prozent Öl enthält, aber auch mindestens 85 Prozent Benzin. Das Gemisch soll möglichst kostengünstig sein. Formuliere eine passende Optimierungsaufgabe!

### 2. Integer Program:

In einer Tischlerei werden unter anderem drei Sorten Tische produziert. Die Lieferung einer gewissen Anzahl von Tischen wurde bereits vertraglich vereinbart. Es ist ein Modell zu erstellen, das einen maximalen Gewinn realisiert und die angegebenen Zeit- bzw. Materialkapazitäten einhält!

in gewissen Einheiten	Tisch 1	Tisch 2	Tisch 3	Kap.
Gewinn je Stück	3	1	2	
Zeitaufwand je Stück	2	1	1	40
Materialaufwand je Stück	4	2	3	100
vereinbarte Menge	3	2	2	

### 3. Zuordnungsproblem:

Fünf Reiter eines Reitvereins möchten an einem Dressurwettbewerb teilnehmen. Ihr Verein stellt fünf Schulpferde zur Verfügung. Die einzelnen Reiter kommen mit den verschiedenen Pferden unterschiedlich gut zurecht und haben damit auch unterschiedliche Gewinnchancen. Zudem verlangt das Reglement des Wettbewerbs, dass kein Reiter und kein Pferd mehrfach starten darf. Es soll eine Zuordnung von Reitern zu Pferden gefunden werden, die die Summe der Gewinnchancen maximiert. Formuliere ein entsprechendes Optimierungsproblem!

### 4. Transportproblem:

Vier Ziegeleien haben fünf Baustellen mit Ziegelsteinen zu beliefern. Die Kapazitäten  $Z_i$  der Ziegeleien, der Bedarf  $B_j$  der Baustellen sowie die Entfernungen  $d_{ij}$  zwischen den einzelnen Ziegeleien und Baustellen seien bekannt. Die Transportkosten sind den Entfernungen und den transportierten Mengen proportional. Modelliere das Problem der Bestimmung eines Transportprogramms, das minimale Kosten verursacht!

### 5. Knapsack Problem (Rucksackproblem):

Fritzchen überlegt, welche der Bücher  $1, \dots, n$  er aus der Bibliothek mit nach Hause nimmt. Jedes Buch  $i \in \{1, \dots, n\}$  hat einen Nutzen  $p_i \geq 0$  für Fritzchen und ein Gewicht  $w_i \geq 0$ . Fritzchen kann ein maximales Gewicht  $W$  tragen. Welche Bücher sollte er mitnehmen, damit der Gesamtnutzen (=Summe der Nutzen der mitgenommenen Bücher) maximal ist? Formuliere eine geeignete Optimierungsaufgabe.

6. Travelling Salesman Problem (TSP):

Ein Pizzabote beliefert von der Pizzeria 1 die Kunden  $2, \dots, n$ . Die Fahrzeiten von  $i \in \{1, \dots, n\}$  nach  $j \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i\}$  sind durch  $c_{ij} \geq 0$  gegeben. Es gilt  $c_{ij} = c_{ji}$ ,  $\forall i \neq j$ . Gesucht ist eine Fahrtroute zu allen Kunden und zurück zur Pizzeria, so dass die Gesamtfahrzeit so gering wie möglich ist. Formuliere eine entsprechende Optimierungsaufgabe.

7. Frachtproblem:

Es sollen  $5000m^3$  einer Ware innerhalb eines Planungszeitraumes vom Produzenten zu einem Kunden gebracht werden. Die Ware wird in gleichen quaderförmigen Behältern der Höhe  $x_1$ , Breite  $x_2$  und Länge  $x_3$  (in  $m$ ) transportiert, deren Volumen höchstens  $1m^3$  ist und die beim Kunden verbleiben. Das Material für Boden und die vier Seiten der Behälter kostet 4,00 Euro pro  $m^2$ . Die Deckel können aus einem Material hergestellt werden, das 0,50 Euro pro  $m^2$  kostet, von dem im Planungszeitraum aber nur  $6500m^2$  erhältlich sind. Die Frachtkosten betragen 50 Euro für jeden Behälter. Die Frage ist jetzt, wie die Behälter zu bemessen sind, um die Gesamtkosten möglichst gering zu halten. Modelliere diese Aufgabe.