Technische Universität Chemnitz
S. Reiß

Chemnitz, 12.Dezember 2011
Abgabe: 16. Dezember 2011

Grundlagen der Optimierung
Hausaufgabe

1. Sei K ein konvexer, abgeschlossener Kegel. Zeige, dass für $x \in \mathbb{R}^n$ immer $p_K(x) + p_{K^\circ}(x) = x$ gilt.

2. Beweise den Satz von Moreau: Sei K konvex und abgeschlossen. Dann ist für $x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ äquivalent:
   (i) $x = x_1 + x_2$ mit $x_1 \in K$, $x_2 \in K^\circ$ und $\langle x_1, x_2 \rangle = 0$,
   (ii) $x_1 = p_K(x)$ und $x_2 = p_{K^\circ}(x)$.

3. Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Zeige $A^\top y$ beschreibt den Polarkegel zu Ax, $x \geq 0$.