

## Einführung in die Diskrete Mathematik Aufgabenserie 9

1. Sei  $G = (V, E)$  ein Graph.
  - Zeigen Sie, dass eine Kante genau dann eine Brücke ist, wenn sie in keinem Kreis enthalten ist.
  - In welchen Graphen ist jede Kante eine Brücke?
  - Zeigen Sie ferner, dass  $G$  keine Brücke hat, falls alle Grade gerade sind.  
(4 Punkte)
2. Sei  $G$  ein Graph, in dem alle Ecken geraden Grad haben. Zeige, dass  $G$  so zu einem Digraphen  $D$  orientiert werden kann, dass in  $D$  stets  $d^-(u) = d^+(u)$  gilt.  
(4 Punkte)
3. Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender Graph und  $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$  eine Kostenfunktion. Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus ebenfalls einen minimalen aufspannenden Baum konstruiert:
  - (1) Wähle eine Kante  $uv$  minimalen Gewichtes, setze  $S = \{u, v\}$ ,  $T = V \setminus S$ .
  - (2) Falls  $T = \emptyset$  stop, andernfalls wähle eine Kante  $\bar{u}\bar{v}$  minimalen Gewichtes mit  $\bar{u} \in S$ ,  $\bar{v} \in T$  und setze  $S = S \cup \{\bar{v}\}$ ,  $T = T \setminus \{\bar{v}\}$ . Wiederhole (2).  
(4 Punkte)
4. Ein Graph auf 10 Knoten sei durch die folgenden Adjazenzlisten gegeben:

1: 6,5,3,2	4: 2,3,5	7: 10	10: 7
2: 1,3,4	5: 4,3,1,6	8: 9	
3: 1,5,4,2	6: 1,9,5	9: 8,6	

Führe den BFS und DFS Algorithmus beginnend mit  $v_0 = 1$  und der gegebenen Adjazenzreihenfolge durch und bestimme die erzeugten Kantenmengen und Knotennummerierungen.  
(2 Punkte)
5. Beschreiben Sie die Systeme der Kreise, Basen und das Unabhängigkeitssystem des Matrix-Matroids bezüglich der Spalten der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (4 \text{ Punkte})$$