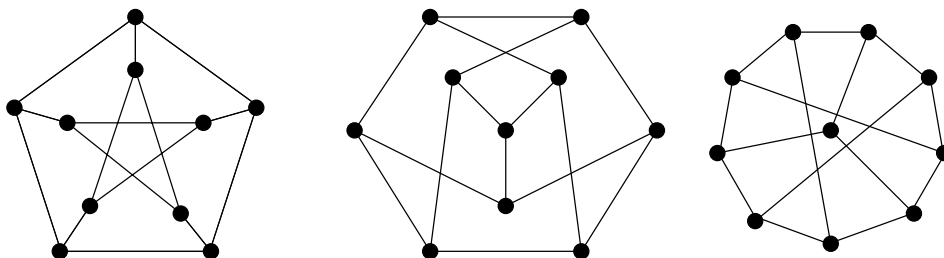


Einführung in die Diskrete Mathematik Aufgabenserie 8

1. Welche der drei abgebildeten Graphen sind isomorph? (2 Punkte)



2. Modelliere das Problem mittels eines Graphen und verwende Satz 6.1 (Handschlaglemma) aus der Vorlesung, um es zu lösen:

(a) Es ist unmöglich, eine Gruppe von neun Personen auf einer Party zu haben, von denen jeder genau fünf andere Personen der Gruppe kennt. (2 Punkte)

(b) Auf einer Party für Ehepaare begrüßt jeder jeden per Handschlag außer sich selbst und seinen Ehepartner. Wieviele Handschläge erfolgen? (2 Punkte)

(c) Wieviele Personen auf einer Party brauchen wir, damit jeder genau 3 andere Personen kennt, aber nicht alle untereinander bekannt sind. (2 Punkte)

3. (a) Sei $G = (V, E)$ ein Graph, mit $|V| \geq 2$. Beweise, dass es zwei verschiedene Knoten $v_1, v_2 \in V$ gibt, mit $d(v_1) = d(v_2)$. (3 Punkte)

(b) Konstruiere zu jeder natürlichen Zahl $n \geq 2$ einen Graphen $G_n = (V_n, E_n)$ mit $|V_n| = n$, so dass zu jedem $k \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq n - 1$ mindestens ein Knoten $v \in V_n$ existiert mit $d(v) = k$. (3 Punkte)

4. Lösen Sie das folgende Problem, indem Sie einen geeigneten Graphen konstruieren:

Ein Wolf, eine Ziege und ein Kohlkopf sind von einem Fährmann über einen Fluss zu setzen. Der Wolf möchte gern die Ziege fressen, und die hat es auf den Kohlkopf abgesehen. Deshalb dürfen weder Wolf-Ziege noch Ziege-Kohlkopf ohne Aufsicht vom Fährmann allein gelassen werden. Das Boot trägt außer dem Fährmann jeweils nur einen der drei. Wie kann er sie alle heil ans andere Ufer bringen? (4 Punkte)