

Einführung in die Diskrete Mathematik Aufgabenserie 5

1. Verifiziere folgende Identitäten mittels erzeugender Funktionen:

(a) $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$, (2 Punkte)

(b) $\sum_{k=1}^n k \cdot \binom{n}{k}^2 = \frac{n}{2} \cdot \binom{2n}{n}$. (2 Punkte)

2. Sei A_n die Zahl der Möglichkeiten, ein $2 \times n$ -Rechteck mit 1×2 Dominosteinen auszulegen. Finde eine rekursive Beschreibung für A_n und bestimme daraus A_n explizit! (3 Punkte)
3. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Augensumme 10 zu erhalten, wenn man gleichzeitig mit drei unterscheidbaren Würfeln würfelt? (3 Punkte)
- Nutze erzeugende Funktionen.

4. Sei A die Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Beweise

$$A^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix}$$

und leite daraus $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$ ab. Dabei bezeichnet F_n die n -te Fibonacci-Zahl. (4 Punkte)