

Einführung in die Diskrete Mathematik Aufgabenserie 2

1. Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie die Anzahl aller geordneten Paare (A, B) mit $A \subseteq B \subseteq \{1, \dots, n\}$. (3 Punkte)
2. Leiten Sie folgende Rekursion für die (ungeordneten) Zahl-Partitionszahlen $P_{n,k}$ ab:

$$P_{n,1} = P_{n,n} = 1 \text{ und } P_{n,k} = P_{n-k,1} + P_{n-k,2} + \dots + P_{n-k,k}.$$

(3 Punkte)

3. Beweisen Sie folgende Aussage mittels vollständiger Induktion:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \quad (3 \text{ Punkte})$$

4. Berechnen Sie mit der Methode „Isolieren der Terme“:

(a) $\sum_{k=1}^n (-1)^k k$. (2 Punkte)

(b) $\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2$. (2 Punkte)

5. Wieviele natürliche Zahlen $\leq 10^6$ sind weder von der Form k^2 noch k^3 noch k^5 ? (2 Punkte)
6. Auf wieviele Arten kann ein König von der linken unteren Ecke eines Schachbrettes nach der rechten oberen ziehen, wenn er stets nach oben, nach rechts oder diagonal nach rechts oben zieht? (3 Punkte)