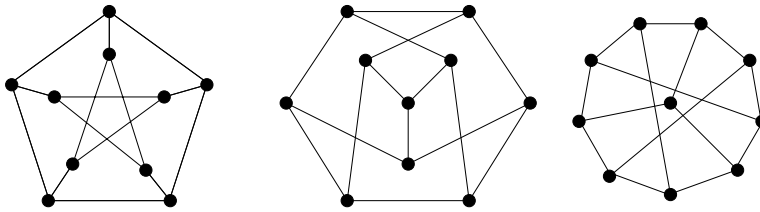


5. Übung

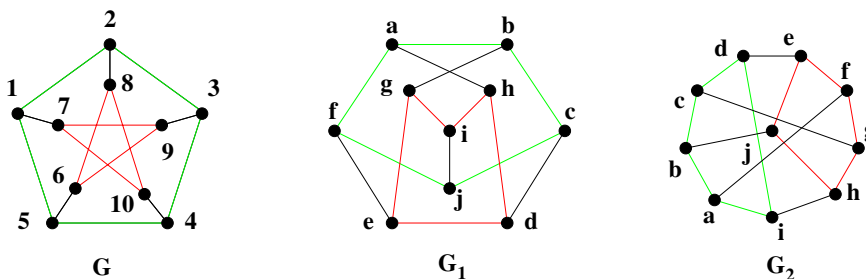
1. Welche der drei Graphen sind isomorph?



Lösung:

Alle drei Graphen sind isomorph.

Oft ist es hilfreich nach typischen Strukturen eines Graphen zu suchen. Hier z.B. zwei 5-Kreise.



Isomorphie von G und G_1 :

Bijektive Abbildung $\varphi : G \rightarrow G_1$, die Nachbarschaften erhält.

$$\begin{aligned} \varphi(1) &= j, & \varphi(2) &= f, & \varphi(3) &= a, & \varphi(4) &= b, & \varphi(5) &= c, \\ \varphi(6) &= d, & \varphi(7) &= i, & \varphi(8) &= e, & \varphi(9) &= h, & \varphi(10) &= g \end{aligned}$$

Isomorphie von G und G_2 :

Bijektive Abbildung $\varphi' : G \rightarrow G_2$, die Nachbarschaften erhält.

$$\varphi'(1) = a, \quad \varphi'(2) = i, \quad \varphi'(3) = d, \quad \varphi'(4) = c, \quad \varphi'(5) = b, \\ \varphi'(6) = j, \quad \varphi'(7) = f, \quad \varphi'(8) = h, \quad \varphi'(9) = e, \quad \varphi'(10) = g$$

2. Modellieren Sie das Problem mittels eines Graphen und verwenden Sie das Handschlaglemma, um es zu lösen:

Auf einer Party für Paare begrüßt jeder jeden per Handschlag außer sich selbst und seinen Ehepartner. Wieviele Handschläge erfolgen?

3. Für einen Graphen $G = (V, E)$ heißt $\overline{G} = (V, \overline{E} = \binom{V}{2} \setminus E)$ der Komplementgraph ($uv \in E \Leftrightarrow uv \notin \overline{E}$). Sei $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ ein k -regulärer Graph. Zeige, dass die Gesamtzahl der Dreiecke in G und \overline{G} genau $\binom{n}{3} - \frac{n}{2}k(n - k - 1)$ ist.