

Die Abgabe erfolgt bitte bis 14 Uhr im Zimmer Rh. 39/715!!

Einführung in die Diskrete Mathematik Aufgabenserie 11

1. (6 Punkte)

Sortiere die Zahlenfolge 0,8,15,3,7,42,47,11 mit Mergesort, Quicksort, und Heapsort und zähle die Anzahl der konkret benötigten Vergleichsoperationen zwischen diesen Zahlen.

2. (5 Punkte)

Sei (p_1, \dots, p_n) eine Verteilung, $q \geq 2$. Zeige, dass

$$\bar{L}(p_1, \dots, p_n) \leq \bar{L}\left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)$$

gilt.

3. (5 Punkte)

Schreibe ein Programm für eine deterministische Turing Maschine, die zu einer natürlichen Zahl (in Binärdarstellung mit dem höchstwertigen bit auf dem Feld 1 gegeben) eins dazuzählt, leere Eingaben aber nicht akzeptiert. Teste die Arbeitsweise für die Zahlen fünf und drei.

4. (4 Punkte)

Zeige: Für einen Graphen $G = (V, E)$ und eine Teilmenge $V' \subseteq V$ sind äquivalent:

(i) V' ist eine Knotenüberdeckung (vertex cover) für G (d.h., $\{u, v\} \in E \Rightarrow u \in V'$ oder $v \in V'$).

(ii) $V - V'$ ist eine unabhängige Menge in G .

(iii) $V - V'$ induziert eine Clique (vollständiger Untergraph) im Komplementgraph \bar{G} .

Folgere daraus, dass ein (bezüglich $|V|$ und $|E|$) polynomialer Algorithmus zur Bestimmung einer minimalen Knotenüberdeckung auch einen polynomialen Algorithmus zur Bestimmung einer größten Clique liefert und umgekehrt.