Technische Universität Chemnitz
S. Dienelt

Chemnitz, 11. Januar 2008
Abgabe: 22. Januar 2008

Die Abgabe erfolgt bitte bis 14 Uhr im Zimmer Rh. 39/715!!

Einführung in die Diskrete Mathematik
Aufgabenserie 10

1. (3 Punkte)

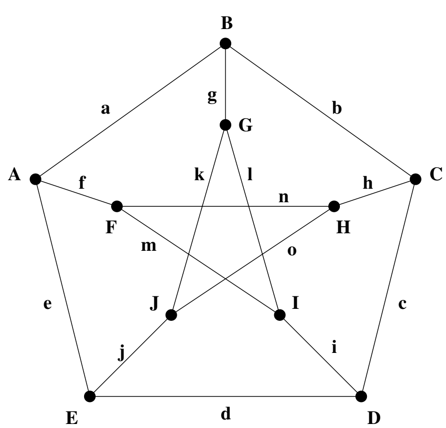
   6 Computerprogramme $P1, \ldots, P6$ sollen der Reihe nach auf einem Großrechner abgearbeitet werden (und dann wieder von vorne beginnen). Jedes Programm benötigt seine eigenen Resssourcen, wie z.B. einen Teil des Hauptspeichers, einen Compiler und Laufwerke, und der Wechsel von einer Ressourcenmenge zur anderen kostet Zeit. Die folgende Matrix $C = (c_{ij})$ enthält die Zeiten c_{ij}, die für die Übertragung der Hilfsmittel für das Programm P_i zu denen für Programm P_j benötigt werden.

   Ermitteln Sie eine Reihenfolge der Programme, die eine Gesamtübertragungszeit benötigt, die höchsten 50% von der optimalen Übertragungszeit abweicht. (Gemeint ist die Übertragungszeit, bis man wieder am Anfang von P_1 ist.)

   $$C = \left\{ \begin{array}{rrrrrr} 0 & 18 & 17 & 23 & 12 & 19 \\ 18 & 0 & 26 & 31 & 20 & 30 \\ 17 & 26 & 0 & 16 & 11 & 9 \\ 23 & 31 & 16 & 0 & 17 & 19 \\ 12 & 20 & 11 & 17 & 0 & 14 \\ 19 & 30 & 9 & 19 & 14 & 0 \end{array} \right\}$$

2. (3 Punkte)

   Zeigen Sie, dass der Petersen Graph nicht Hamiltonsch ist.



3. (3 Punkte)

   Sei (c_{ij}) eine symmetrische Kostenmatrix für das TSP, $c_{ij} \geq 0$, welche die Dreiecksungleichung $c_{ik} \leq c_{ij} + c_{jk}$ erfüllt. Starte mit einer beliebigen Ecke

v und schreibe $C_1 = \{v\}$. Sei der Kreis $C_k = \{u_1, \ldots, u_k\}$ schon konstruiert. Bestimme $u \notin C_k$ mit minimalem Abstand zu C_k (innerhalb dieser wähle einen, dessen kürzester Weg minimale Kantenanzahl hat) und füge u vor einem entsprechenden Knoten mit kürzestem Abstand ein. Zeige, dass für die so konstruierte Tour $c(T) \leq 2c(T_{opt})$ gilt.

4. (3 Punkte)

   Lösen Sie das Wägeproblem, wenn bekannt ist, dass die falsche Münze schwerer ist.

5. (4 Punkte)

   Zeigen Sie, dass es für n, q ($q \geq 2$) genau dann einen vollständigen (n, q)-Baum gibt, wenn $q - 1$ ein Teiler von $n - 1$ ist.

6. (4 Punkte)

   Zeigen Sie, dass jede Permutation $a_1, a_2, \ldots, a_n$ der Zahlen $1, \ldots, n$ durch sukzessive Vertauschung benachbarter Elemente auf die Form $1, \ldots, n$ gebracht werden kann. Beispiel: $3124 \to 1324 \to 1234$. Was ist die minimale Anzahl von Vertauschungen?