Technische Universität Chemnitz
S. Dienelt

Chemnitz, 07. November 2007
Abgabe: 13. November 2007

Die Abgabe erfolgt bitte bis 14 Uhr im Zimmer Rh. 39/715!!

Einführung in die Diskrete Mathematik
Aufgabenserie 4

1. (2+2 Punkte) Beweisen Sie folgende Aussagen:

   (a) Unter den Voraussetzungen des Satzes von Polya gilt $|\mathcal{M}| = Z(G; r, r, r, \ldots, r)$.

   (b) Unter den Voraussetzungen des Satzes von Polya gilt für $R = \{w,\ s\}$ $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k = Z(G; 1 + x, 1 + x^2, \ldots, 1 + x^n)$, wobei a_k die Anzahl der Muster ist, in denen die Farbe weiß genau k-mal auftritt.

2. (4 Punkte) Wie viele Muster erhalten wir, wenn wir 6 Kanten des Würfels weiß, die anderen 6 Kanten jedoch schwarz färben?

3. (1 + 1 + 1 Punkte) Zeige für die Rekursion $T(n) = aT(\lfloor n/b \rfloor) + f(n)$ mit $f(n) = \Theta(n)$:

   (a) $T(n) = \Theta(n)$ für $1 \leq a < b$,

   (b) $T(n) = \Theta(n \lg n)$ für $1 < a = b$,

   (c) $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ für $1 < b < a$.

4. (3 + 3 Punkte) Beweise die folgenden Gleichungen:

   (a) $O(f(n))O(g(n)) = O(f(n)g(n))$,

   (b) Falls $f(n) > 0\ \forall n \in \mathbb{N}$, dann $O(f(n)g(n)) = f(n)O(g(n))$.