Technische Universität Chemnitz
S. Dienelt

Chemnitz, 10. Oktober 2007
Abgabe: 16. Oktober 2007

Einführung in die Diskrete Mathematik
Aufgabenserie 1

1. (3 Punkte) Im Parlament eines Landes gibt es 89 Sitze und drei Parteien. Wieviele Möglichkeiten der Sitzverteilung gibt es, so dass keine Partei eine absolute Mehrheit hat?

2. (a) (2 Punkte) Ein Palindrom ist eine Ziffernkette, die sich vorwärts und rückwärst gleich liest. Wie viele verschiedene Palindrome lassen sich mit sechs Ziffern bilden? Wie viele mit sieben Ziffern?

   (b) (1 Punkte) Wie viele vierstellige Zahlen, die kleiner als 6000 sind, lassen sich bilden, wenn man nur ungerade Ziffern verwendet?

3. (4 Punkte) Es sei $N = \{1, 2, \ldots, 2007\}$ und A eine Teilmenge von N mit $|A| = 1009$. Zeige, dass A zwei Zahlen a und b enthält mit $|a - b| = 9$. Gilt dies auch für $|A| = 1008$?

4. (3 Punkte) Beweisen Sie folgende Aussage mittels vollständiger Induktion:

   $(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

5. Eine Möglichkeit, alle Teilmengen einer n-Menge in Form von 0,1-Wörtern aufzulisten, wird durch den rekursiv definierten Gray-Code beschrieben: $G(1) = (0, 1)$; sei $G(n) = (G_1, \ldots, G_{2^n})$, dann ist $G(n+1) = (0G_1, 0G_2, \ldots, 0G_{2^n}, 1G_{2^n}, \ldots, 1G_1)$. Zeige:

   (a) (2 Punkte) Je zwei benachbarte 0,1-Wörter in $G(n)$ unterscheiden sich in genau einer Stelle.

   (b) (3 Punkte) Sei $G(n, k)$ die Unterfolge der Wörter von $G(n)$ mit genau k Einsen. Zeige, dass aufeinanderfolgende Wörter in $G(n, k)$ sich in genau zwei Stellen unterscheiden.