Technische Universität Chemnitz
Dr. F. Göring

Chemnitz, 4.11. 2004
fällig: 12.11.2004

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 4

1. **(4 Punkte)** Wieviele natürliche Zahlen ≤ 1000000 lassen sich nicht als n^k mit ganzzahligem n und natürlichem $k \geq 2$ darstellen?

   Hinweise: Warum können wir uns bei k auf Primzahlen beschränken? Wieviele so darstellbare Zahlen > 1 finden wir vor?

2. **(4 Punkte)** Verallgemeinere das Prinzip von Inklusion und Exklusion: Seien $P_1, \ldots, P_m$ Eigenschaften von Elementen einer n-elementigen Menge S. Beweisen Sie, dass

$$\sum_{i_1<\ldots<i_t} N(P_{i_1}\ldots P_{i_t}) - \binom{t+1}{t} \sum_{i_1<\ldots<i_{t+1}} N(P_{i_1}\ldots P_{i_{t+1}}) + \ldots \pm \binom{m}{t} N(P_1\ldots P_m)$$

   die Anzahl derjenigen Elementen von S ist, welche genau t dieser Eigenschaften besitzen.

3. **(4 Punkte)** Sei A_n die Zahl der Möglichkeiten, ein $2 \times n$-Rechteck mit 1×2-, 2×1- und 2×2-Steinen auszulegen, wobei Zerlegungen auch dann als verschieden gelten sollen, wenn sie durch eine Kongruenzabbildung (Beispielsweise Drehung um $180°$) ineinander überführt werden können.

   Finden Sie eine rekursive Beschreibung für A_n und bestimmen sie daraus A_n explizit!

4. **(3 Punkte)** Wie viele Muster erhalten wir, wenn wir die 12 Kanten des Würfels mit 12 verschiedenen Farben färben (jede Farbe wird verwendet)?

5. **(5 Punkte)** Wie viele Muster erhalten wir wenn wir sechs der Kanten eines Würfels weiß, die anderen sechs Kanten jedoch schwarz färben?