

Einführung in die Diskrete Mathematik Übung 1

1. (2 Punkte) Wieviele verschiedene Wörter kann man durch Permutation der Buchstaben aus HALLIGALLI bilden?
2. (4 Punkte) Es sei $N = \{1, 2, \dots, 2004\}$ und A eine Teilmenge von N mit $|A| = 1013$. Zeige, dass A zwei Zahlen a und b enthält mit $a - b = 23$. Gilt dies auch für $|A| = 1012$?
3. (5 Punkte) Seien n , k und l natürliche Zahlen. Zeige, dass $\binom{n}{k} > \binom{n}{l}$ genau dann gilt, wenn auch $|2k - n| < |2l - n|$ gilt.
4. (4 Punkte) Wieviele Möglichkeiten gibt es, 107 in drei positive ganzzahlige Summanden zu zerlegen, von denen keiner größer 51 ist?
5. Eine Möglichkeit, alle Teilmengen einer n -Menge in Form von 0,1-Wörtern aufzulisten, wird durch den rekursiv definierten Gray-Code beschrieben: $G(1) = (0, 1)$; Sei $G(n) = (G_1, \dots, G_{2^n})$, dann ist $G(n+1) = (0G_1, 0G_2, \dots, 0G_{2^n}, 1G_{2^n}, \dots, 1G_1)$. Zeige:
 - (a) (2 Punkte) Je zwei benachbarte 0,1-Wörter in $G(n)$ unterscheiden sich in genau einer Stelle.
 - (b) (3 Punkte) Sei $G(n, k)$ die Unterfolge von $G(n)$ mit genau k Einsen. Zeige, dass aufeinanderfolgende Wörter in $G(n, k)$ sich in genau zwei Stellen unterscheiden.