

## Einführung in die Diskrete Mathematik Übung 7

1. Eine Knotenmenge  $U$  in einem Graphen  $G$  heißt *unabhängig*, falls keine zwei Knoten aus  $U$  durch eine Kante verbunden sind;  $\alpha(G) = \max\{|U| : U \text{ unabhängig}\}$  heißt die *Unabhängigkeitszahl* von  $G$ . Berechne  $\alpha(G)$  für Wege und Kreise.
2. Sei  $G$  ein Graph, in dem alle Ecken geraden Grad haben. Zeige, dass  $G$  so zu einem Digraphen  $D$  orientiert werden kann, dass in  $D$  stets  $d^-(u) = d^+(u)$  gilt.
3. Sei  $G = (V, E)$  zusammenhängend. Für  $u \in V$  setzen wir  $r(u) = \max\{d(u, v) : v \neq u\}$ . Der Parameter  $r(G) = \min\{r(u) : u \in V\}$  heißt der *Radius* von  $G$ , und  $Z(G) = \{u \in V : r(u) = r(G)\}$  das *Zentrum* von  $G$ . Zeige, dass das Zentrum eines Baumes entweder aus einem Knoten oder aus zwei benachbarten Knoten besteht.
4. Sei  $d_1 \geq \dots \geq d_n > 0$  eine Folge natürlicher Zahlen. Zeige, dass  $(d_1, \dots, d_n)$  genau dann die Gradfolge eines Baumes ist, wenn  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$  gilt.
5. Ein Graph auf 10 Knoten sei durch die folgenden Adjazenzlisten gegeben:

1: 6,5,3,2	4: 2,3,5	7: 10	10: 7
2: 1,3,4	5: 4,3,1,6	8: 9	
3: 1,5,4,2	6: 1,9,5	9: 8,6	

Führe den BFS und DFS Algorithmus beginnend mit  $v_0 = 1$  und der gegebenen Adjazenzreihenfolge durch und bestimme die erzeugten Kantenmengen und Knotennummerierungen.