Technische Universität Chemnitz
Dr. F. Göring

Chemnitz, 3.11. 2003
fällig: 10.11.2003

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 4

1. Wieviele natürliche Zahlen ≤ 1000000 lassen sich nicht als n^k mit ganzzahligem n und natürlichem $k > 2$ darstellen?

   Hinweise: Warum können wir uns bei k auf Primzahlen beschränken? Wieviele so darstellbare Zahlen > 1 finden wir vor?

2. Verallgemeinere das Prinzip von Inklusion und Exklusion:
   Seien $P_1, \ldots, P_m$ Eigenschaften von Elementen einer n-elementigen Menge S. Beweisen Sie, dass

$$\sum_{i_1 < \ldots < i_t} N(P_{i_1} \ldots P_{i_t}) - \binom{t+1}{t} \sum_{i_1 < \ldots < i_{t+1}} N(P_{i_1} \ldots P_{i_{t+1}}) + \ldots \pm \binom{m}{t} N(P_1 \ldots P_m)$$

   die Anzahl derjenigen Elementen von S ist, welche genau t dieser Eigenschaften besitzen.

3. Berechne $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k k$ and $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k k^2$!

   Hinweis: Isoliere Terme!

4. Beweise, dass es für jede natürliche Zahl n eine eindeutig definierte endliche ganzzahlige Folge $(m_1, \ldots, m_t)$ derart gibt, dass $n = F_{m_1} + \ldots F_{m_t}$, $m_i \geq m_{i+1} + 2$ und $m_t \geq 2$ gilt.

5. Sei A_n die Zahl der Möglichkeiten, ein $2 \times n$-Rechteck mit 1×2 Dominosteinen auszulegen. Finden Sie eine rekursive Beschreibung für A_n und bestimmen sie daraus A_n explizit!

   Hinweis: Die Dominosteine können natürlich gedreht werden!