Technische Universität Chemnitz
Dr. F. Göring

Chemnitz, 20. Oktober 2003
Fällig am 27. Oktober 2003

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 2

1. Leite folgende Rekursion für die (ungeordneten) Zahl-Partitionszahlen $P_{n,k}$ ab: $P_{n,1} = P_{n,n} = 1$ und $P_{n,k} = P_{n-k,1} + P_{n-k,2} + \ldots + P_{n-k,k}$.

2. Für natürliches n sei $a_n = \sum\limits_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$ gesetzt. Zeige, dass für positives ganzes n dann $a_{n+1} = 2a_n + 2^{n-1}$ gilt.

3. Zeige $\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}$ und leite daraus $\sum_{k=0}^{m}\binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k} = 2^m\binom{n}{m}$ ab.

4. Wenn sich alle Studentinnen und Studenten, die die Übung am 20.10.03 besucht haben, zufällig im Kreis aufstellen - wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Studentinnen nebeneinander stehen?

5. Die Fibonacci-Folge F_n ist durch $F_1 = F_2 = 1$ und $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ rekursiv definiert . Zeige, dass es F_n verschiedene endliche monotone Zahlenfolgen gibt, welche die folgenden drei Bedingungen erfüllen:

   - Das erste Folgeglied ist 1.
   - Das letzte Folgeglied ist n.
   - Die Differenz aufeinanderfolgender Folgeglieder ist entweder 1 oder 2.