Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik 2. Dezember 2013

Höhere Mathematik I.1

Übung 8: Matrizen

1. Berechnen Sie $2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 1 \\ 4 & -2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -2 \\ -1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$!

2. In einer Firma werden die drei Produkte P_1, P_2 und P_3 hergestellt. An Material werden dafür die drei Rohstoffe R_1, R_2 und R_3 benötigt. Im Einzelnen werden für eine Einheit P_1 2 Einheiten R_1, 1 Einheit R_2 und 4 Einheiten R_3, für eine Einheit P_2 5 Einheiten R_1 und 5 Einheiten R_3 sowie für eine Einheit P_3 1 Einheit R_1, 3 Einheiten R_2 und 3 Einheiten R_3 verwendet.

   Für einen Auftrag sollen 50 Einheiten P_1, 30 Einheiten P_2 und 10 Einheiten P_3 produziert werden.

   Geben Sie die Aufwandsmatrix sowie in vektorieller Form den Produktionsauftrag an und ermitteln Sie daraus den Rohstoffbedarf in vektorieller Form!

3. Berechnen Sie

   a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 7 & 4 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

   c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, d) $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$, e) $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}(3\ \ 4\ \ 5)$,

   f) $(3\ \ 4\ \ 5)\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, g) $\begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$!

4. Berechnen Sie $\boldsymbol{AC} + \boldsymbol{B}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{C}$ für $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$!

5. Sei $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Welche der folgenden Ausdrücke sind definiert? Was stellen sie dar (Zahl, Vektor, Matrix)?

   a) $\vec{y}\boldsymbol{A}\vec{x}$, b) $\vec{y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{A}\vec{x}$, c) $\vec{x}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{A}\vec{y}$, d) $\vec{x}^{\mathsf{T}}(\vec{y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{A})^{\mathsf{T}}$, e) $\boldsymbol{A}\vec{x}\vec{y}^{\mathsf{T}}$, f) $\vec{y}\vec{x}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{A}$, g) $\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}}\vec{y}\vec{x}^{\mathsf{T}}$.

b.w.

6. In einer Firma werden aus Ausgangsstoffen A_1, A_2 und A_3 Baugruppen B_1, B_2 und B_3 und aus den Ausgangstoffen und Baugruppen Endprodukte E_1, E_2 und E_3 gefertigt. Im Einzelnen werden für eine Einheit B_1 4 Einheiten A_1, 1 Einheit A_2 und 2 Einheiten A_3, für eine Einheit B_2 6 Einheiten A_2 und 4 Einheiten A_3 sowie für eine Einheit B_3 je 4 Einheiten A_2 und A_3 benötigt, während für ein Stück E_1 5 Einheiten A_1 und je eine Baugruppe B_1, B_2 und B_3, für ein Stück E_2 je 2 Einheiten A_1 und A_3 und eine Baugruppe B_3 und für ein Stück E_3 3 Einheiten A_1, 1 Einheit A_2 und eine Baugruppe B_2 benötigt werden.
   a) Geben Sie die Aufwandsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Baugruppen, für den Zusammenhang von Baugruppen und Endprodukten sowie für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Endprodukten an!
   b) Ein Kunde bestellt 100 Stück E_1 und je 50 Stück E_2 und E_3 sowie 50 Einheiten B_1. Welche Mengen an Ausgangsstoffen werden benötigt?