

Höhere Mathematik I.1

Übung 4: Beträge, Komplexe Zahlen I

1. Lösen Sie für $x \in \mathbb{R}$ die Ungleichungen
a) $|x - 1| \geq 4$, b) $|x - 3| \leq 2|x - 1|$
jeweils rechnerisch durch Fallunterscheidung sowie durch Interpretation der Beträge als Abstand von zwei Punkten auf der Zahlengeraden!
2. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\frac{|1-x|}{x+3} \geq -2$?
3. Ein an einer mit einer Kilometrierung versehenen Straße wohnender Kunde erhält von einem am Kilometer 86 dieser Straße liegenden Auslieferungslager ein Gerät geliefert, an Fahrtkosten muss er dafür 3 € je Entfernungskilometer (einfache Entfernung) vom Auslieferungslager zahlen. Für die Installation muss zusätzlich ein Techniker von einem am Kilometer 112 dieser Straße liegenden Servicestützpunkt zum Kunden kommen, als Fahrtkosten fallen dabei 1 € je Entfernungskilometer vom Servicestützpunkt an.
In welchem Bereich der Straße ist die Summe der Fahrtkosten nicht größer als 50 €?
4. Sei $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 5i$.
a) Berechnen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ und $2z_1$!
b) Stellen Sie z_1 , z_2 , $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ und $2z_1$ in der komplexen Ebene dar!
c) Berechnen Sie $z_1 z_2$, $z_1 \bar{z}_2$, $z_2 \bar{z}_2$, $\frac{z_1}{z_2}$ und $|z_2|$!
5. Sei $z = x + iy$ und es gelte $|z - 4 + 3i| \leq 4$.
a) Geben Sie eine Ungleichung an, die den Zusammenhang zwischen dem Realteil x und dem Imaginärteil y beschreibt!
b) Skizzieren Sie $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 4 + 3i| \leq 4\}$!
6. Lösen Sie die Gleichung $x^3 - x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ in \mathbb{R} und in \mathbb{C} und führen Sie die Probe aus!