Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik 20. Januar 2014

Höhere Mathematik I.1

Übung 13: Analytische Geometrie II

1. Die Ebene E sei durch die Punkte $(1,0,1)$, $(2,2,0)$ und $(3,-1,-2)$ gegeben.
   a) Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene in Parameterform und in parameterfreier Form!
   b) Geben Sie den Schnittpunkt der Ebene mit der z–Achse und die Schnittgerade der Ebene mit der x–y–Ebene an!
   c) Bestimmen Sie die Schnittgerade und den Schnittwinkel der Ebene $x+3y+z=3$ mit der Ebene E !
   d) Bestimmen Sie die Gleichung des Lotes von $P(17,2,9)$ auf die Ebene E und den Lotfußpunkt!
   e) Wie groß ist der Abstand des Punktes $P(17,2,9)$ von der Ebene E ?

2. Bestimmen Sie durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors zwischen der Gerade g durch die Punkte $(1,5,8)$ und $(-1,2,3)$ und dem Punkt $P(15,2,-11)$ auf die Geradenrichtung den Fußpunkt des Lotes von P auf g sowie den Abstand zwischen P und g !

3. Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$ aufgespannten Parallelepipeds, das ist ein von drei Paaren paralleler und kongruenter Parallelogramme begrenzter Hexaeder! Projizieren Sie hierzu den einen Vektor auf den Normalenvektor der von den beiden anderen Vektoren aufgespannten Ebene!

4. Gegeben seien die Geraden $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
   a) Ermitteln Sie die zu beiden Geraden senkrechte Richtung (Richtung des gemeinsamen Lotes)!
   b) Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors auf die Richtung des gemeinsamen Lotes!
   c) Bestimmen Sie die Fußpunkte des gemeinsamen Lotes durch Lösung eines Gleichungssystems!