Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik 13. Januar 2014

Höhere Mathematik I.1

Übung 12: Analytische Geometrie I

1. Gegeben sei das Dreieck mit den Eckpunkten $A(6,-5)$, $B(5,1)$ und $C(-3,13)$. Geben Sie die Seitenhalbierende der Seite BC vektoriell an und ermitteln Sie ihre Länge!

2. Seien $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ die Ortsvektoren der Eckpunkte eines Dreiecks ABC sowie $\vec{s}_A$, $\vec{s}_B$ und $\vec{s}_C$ die (Richtungs-, d.h. freien) Vektoren der Seitenhalbierenden zu den gegenüberliegenden Seiten. Berechnen Sie $\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{s}_A$, $\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{s}_B$ und $\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{s}_C$! Welche geometrischen Aussagen können aus dem Ergebnis gefolgert werden?

3. Ermitteln Sie, ob sich die Gerade durch die Punkte $(6,5,5)$ und $(9,11,14)$ und die Gerade durch die Punkte $(-5,4,-7)$ und $(1,2,-3)$ schneiden und bestimmen Sie ggf. den Schnittpunkt!

4. In der x–y–Ebene werde die Gerade $3x-4y=12$ betrachtet.
   a) Geben Sie die Gleichung der Gerade in Parameterform an!
   b) Geben Sie die zur Geradenrichtung orthogonale Richtung an!
   c) Welcher der Punkte $A(18,23)$ und $B(-37,-37)$ liegt auf der gleichen Seite der Gerade wie der Koordinatenursprung?
   d) Geben Sie die Gleichungen der Lote von den Punkten A und B auf die Gerade an, bestimmen Sie die Lotfußpunkte und die Abstände der Punkte von der Geraden!

5. Berechnen Sie das Skalar- und das Kreuzprodukt der Vektoren $\begin{pmatrix}1\\4\\5\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$!

6. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten $(1,1,0)$, $(2,5,5)$ und $(3,2,-2)$!

7. Berechnen Sie den Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$ aufgespannten Parallelogramms!